

Estadística

PSU

Datos Agrupados

El presente trabajo es una recopilación, en su muy amplia mayoría, de ejercicios PSU propuestos –de los cuáles muchas veces el alumno se desazona ante el hecho de no saber resolverlos-. Es por ello que he preferido no solo resolverlos a modo de chequeo visual, sino que también explicarlos por escrito, con el respectivo desarrollo. De este modo, se pretende ayudar -a modo de consulta- a internalizar los contenidos que van participando en cada solución.

Este trabajo está ideado también para ser consultado por profesores, dado que, según mi experiencia personal, la preparación en la universidad ha sido más orientada a las matemáticas superiores en lugar de las necesidades prácticas de la educación media. Como sería esta el trabajar directamente en sus contenidos, elaborar guías, e instrumentos de evaluación de manera constante en la carrera, desde el primer semestre.

Para su presentación, he subdividido los ejercicios según su enunciado en los siguientes temas, por orden de complejidad.

I. Datos tabulados en tablas

- i.1. [Lectura e Interpretación de Tablas](#)
- i.2. [Datos tabulados con ejercicios de probabilidad](#)

II. Datos tabulados gráficamente

- ii.1. [Lectura e Interpretación de Gráficos](#)

III. Ejercicios sin presentación en el enunciado, de tablas ni gráficos .

- iii.1. [Lectura e Interpretación de Datos sin uso de tablas ni gráficos](#)

IV. Medidas de Tendencia Central

- iv.1. [Ejercicios solo de Promedios Ponderados](#)
- iv.1.2. [Ejercicios de Promedios Ponderados con Porcentajes](#)
- iv.2. [Ejercicios de Moda](#)
- iv.2.2. [Ejercicios de Moda combinados con Media](#)
- iv.3. [Ejercicios de Mediana](#)
- iv.3.2. [Ejercicios de Medianas con otras medidas de tendencia central](#)
- iv.4. [Ejercicios con todas las medidas de tendencia central](#)

V. Medidas de Dispersión

- v.1. [Ejercicios de Desviación Media](#)
- v.2. [Ejercicios de Desviación Típica](#)

VI. Medidas de Dispersión con Tendencia Central

- vi.1. [Ejercicios de Desviación con medidas de Tendencia Central](#)



Datos tabulados

I.1. Lectura e Interpretación de Tablas

1. Se aplica una prueba especial a un grupo de 12 alumnos de 4º medio. Los resultados contenidos están representados en la tabla de frecuencia que muestra la figura. ¿Qué porcentaje de los alumnos obtuvo nota mayor o igual a 4?
- A) 25%
 B) 45%
 C) 75%
 D) 55%
 E) Ninguna de las anteriores.

Nota	Frec.
[1,2[0
[2,3[1
[3,4[2
[4,5[3
[5,6[4
[6,7]	2
Total	12

Solución:

- Los casos favorables -alumnos con nota mayor o igual a cuatro- son 9.
- y todos los casos posibles -total de alumnos encuestados – son 12.

El porcentaje viene dado por la razón entre ambas cantidades y multiplicada por 100%.

$$\begin{aligned} & \frac{9}{12} \cdot 100\% \quad \text{simplificando 9 y 12 por 3.} \\ & = \frac{3}{4} \cdot 100\% \quad \text{simplificando 100 y 4 por 4.} \\ & = 3 \cdot 25\% \\ & = 75\% \end{aligned}$$

La alternativa correcta es C).

2. Una empresa de ensayo de materiales aplica fuerzas de compresión sobre bloques de hormigón para determinar bajo qué condiciones sufren daño. La tabla indica la forma en que se llevó adelante el análisis.

Fuerza (kN)	1,0 – 1,1	1,2 – 1,3	1,4 – 1,5	1,6 – 1,7	1,8 – 1,9	2,0 – 2,1
Nº de bloques	8	27	45	59	31	10

El número de bloques analizados fue:

- A) $8 + 27 + 45 + 59 + 31 + 10$
 B) $(8 + 27 + 45 + 59 + 31 + 10)/6$
 C) $1 + 1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9 + 2,0 + 2,1$
 D) 120
 E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

El número de bloques analizados está dado por la suma de las frecuencias o nº de bloques de cada intervalo:

$$8 + 27 + 45 + 59 + 31 + 10.$$

Alternativa A).

3. ¿Qué porcentaje de los encuestados prefiere el té tipo P?
 A) 50%
 B) 40%
 C) 30%
 D) 20%
 E) Ninguna de las anteriores

Marcas de té	Preferencia
P	20
Q	10
R	15
S	0
T	5

Solución:

$$\begin{aligned} \% \text{ pedido} &= P(\text{té}=P) \cdot 100 \% \quad \text{donde } P(\text{té} = P) = \frac{\text{n}^\circ \text{ preferencias del té marca P}}{\text{n}^\circ \text{ de todos los entrevistados}} \\ &= \frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\% \end{aligned}$$

Alternativa B).

4. Se realiza una encuesta a una muestra de vecinos de cierta comuna para evaluar la calidad del servicio de extracción de basura domiciliaria, generándose la siguiente información:

De acuerdo a esta información, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- A) El 15,5% de los vecinos opina que el servicio es Malo o Muy Malo.
 B) El 37,6% de los vecinos encuestados opinaron que el servicio en cuestión es Bueno.
 C) Para un 17,4% de la muestra encuestada, el servicio resultó ser Muy Bueno.
 D) Menos de la mitad de los vecinos opina que el servicio va de Regular a Muy Malo.
 E) El 29,5% de los encuestados opinó que el servicio es Regular o Malo.

Evaluación	%
Muy Bueno	17,4
Bueno	37,6
Regular	29,5
Malo	8,5
Muy Malo	7,0
Total	100

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas:

El porcentaje de vecinos que opina que el servicio es Malo o Muy Malo es $8,5\% + 7,0\% = 15,5\%$ la alternativa A) es verdadera.

Consultando la tabla, se verifica directamente que B) y C) son verdaderas.

El porcentaje que opina que el servicio va de Regular a Muy Malo es $29,5\% + 8,5\% = 38\%$ la alternativa D) es verdadera.

Por descarte, la alternativa que es FALSA debe ser E).

5. La tabla muestra la frecuencia de los intervalos de notas de un examen en un liceo de la IV región:

Intervalo	[1, 2[[2, 3[[3, 4[[4, 5[[5, 6[[6, 7]
Frecuencia	1	3	8	13	10	5

El % de los alumnos que aprobaron el examen es

- A) 70% C) 65% E) 35%
 B) 75% D) 30%

Solución:

Para manejar porcentajes debemos saber cuánto es el 100% de la población de estudiantes del liceo. Para ello debemos sumar las frecuencias de cada intervalo.

total de estudiantes = 1 + 3 + 8 + 13 + 10 + 5 = 40.

Necesitamos también obtener la cantidad de alumnos que aprobaron el examen -para obtener su porcentaje respecto del total-. La obtención de esta cantidad de alumnos se obtiene sumando la frecuencia de los intervalos con notas igual o superior a 4.

n° aprobados = 13 + 10 + 5 = 28.

El % de aprobados se obtiene de:

$$\frac{\text{n° de aprobados}}{\text{total de estudiantes}} \cdot 100\% = \frac{28}{40} \cdot 100\% = \frac{7}{10} \cdot 100\% = \frac{7}{1} \cdot 10\% = 70\%$$

Alternativa A).

6. En una empresa industrial se ha registrado el tiempo, en minutos, que los operarios emplean en realizar el ensamblaje de una parte de un electrodoméstico. Con tal información se ha construido la tabla adjunta.

De dicha tabla se concluye correctamente que:

- A) El 30% de los operarios emplean menos de 30 minutos en el ensamblaje.
 B) El 25% de los operarios emplean 40 o más minutos en realizar el ensamblaje.
 C) 17 operarios emplearon más de 35 minutos en el ensamblaje.
 D) El 25% de los operarios emplearon 34 minutos en el ensamblaje.
 E) A lo menos, la mitad de los operarios emplean media hora en el ensamblaje.

Tiempo (min.)	n° de casos
25 – 29	3
30 – 34	10
35 – 39	17
40 – 44	6
45 – 49	4

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

El total de operarios es 3 + 10 + 17 + 6 + 4 = 40.

- Los operarios que emplean menos de 30 minutos en el ensamblaje son 3. Los cuáles representan del total el $\frac{3}{40} \cdot 100\% = \frac{3}{4} \cdot 10\% = 7,5\%$.

A) es falsa.

- Los operarios que emplean más de 40 minutos son 6 + 4 = 10. Los cuáles representan al $\frac{10}{40} \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$.

B) es verdadera.

Por lo tanto, B) es la alternativa buscada.

7. En cierto tramo de una carretera se ha medido la velocidad, en Km/h, de una muestra de vehículos que transitaban por allí después de las 20 horas. Con los datos obtenidos se construyó la tabla siguiente.

De la tabla es posible derivar que en la muestra:

- A) El 30% de los vehículos transitaba a menos de 70 Km/h.
- B) El 20% de los vehículos transitaba a más de 90 Km/h.
- C) El 62,5% de los vehículos transitaba a lo menos a 80 Km/h.
- D) El 70% de los vehículos transitaba entre 70 y 90 Km/h.
- E) La mayoría de los vehículos transitaba a menos de 80 Km/h.

Tiempo (min.)	Nº de casos
60 – 69,9	3
70 – 79,9	12
80 – 89,9	18
90 – 99,9	7

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas. Ante de hacerlo, debemos percatarnos que para tratar con porcentajes, debemos tener primero el 100% de los casos. Para lo cual sumamos todos ellos.

$$n = 3 + 12 + 18 + 7 = 40$$

- Son 3 vehículos de un total de 40, menos del 30%. A) es falsa.
- Los vehículos que transitan a más de 90 Km. representan el $\frac{7}{40} \cdot 100\% = \frac{7}{4} \cdot 10\% = 17,5\%$.
- Los vehículos que transitan a lo menos a 80 Km. significa que esa es su velocidad mínima.

El número es $18 + 7 = 25$. Lo que representa el $\frac{25}{40} \cdot 100\% = 25 \cdot 2,5\% = 62,5\%$

La alternativa correcta es C).

8. Se hace un estudio de mercado para testear la aceptación de un nuevo helado de frutilla.

Los resultados separados por sexo, se muestran en la tabla adjunta:

¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca del caso es falsa?

- A) Al 64% de las niñas les gustó el helado.
- B) El 60% de los que no gustaron del nuevo helado, son niños.
- C) El 14,4% de los encuestados son niñas que no les gustó el helado.
- D) Al 80% de los encuestados les gustó el nuevo helado.
- E) El 40% de los encuestados son niñas.

		Niños	Niñas
¿Le gustó?	Sí	48	32
	No	27	28

Solución:

Como vamos a manejar porcentajes, conviene saber la cantidad de niñas y niños testeados.

		Niños	Niñas	Total
¿Le gustó?	Sí	48	32	80
	No	27	28	55
Total		75	60	135

Ahora vamos a analizar cada

alternativa:

- Las niñas a quienes le agradó el helado fueron 32 de 60, los que representan el $\frac{32}{60} \cdot 100\% = \frac{32}{6} \cdot 10 = \frac{16}{3} \cdot 10 = 5,3 \cdot 10 = 53,3$

La alternativa A) es falsa, siendo la alternativa buscada.

9. Cierta estudio orientado a determinar el uso de Internet contempló una encuesta a 250 personas. Sobre la información presentada en la tabla de abajo se afirma que:
- I) El 87,5% de los hombres de la muestra no son usuarios de Internet.
 - II) El 40% de los usuarios de Internet de la muestra son mujeres.
 - III) El 12% de la muestra son usuarios de Internet.

Es (son) verdadera(s):

- A) Sólo II.
- B) Sólo III.
- C) Sólo I y II.
- D) Sólo II y III.
- E) I, II y III.

Género	Usuarios de Internet		TOTAL
	Sí	No	
Hombre	18	126	144
Mujer	12	94	106
TOTAL	30	220	250

Solución:

Analicemos cada una de las afirmaciones:

- I. El porcentaje de hombres de la muestra que no son usuarios de internet es

$$\frac{126}{144} \cdot 100\% = \frac{63}{72} \cdot 100\% = \frac{63}{9} \cdot 12,5\% = 7 \cdot 12,5\% = 87,5\%$$

- II. Las mujeres representan el $\frac{12}{30} \cdot 100\% = \frac{12}{3} \cdot 10\% = 4 \cdot 10\% = 40\%$

- III. El porcentaje de usuarios de la muestra, que son usuarios de internet es:

$$\frac{30}{250} \cdot 100\% = \frac{3}{25} \cdot 100\% = 3 \cdot 4\% = 12\%$$

Luego,... I, II y III son correctas, alternativa E).

10. En una muestra de personas aquejadas de cierta enfermedad viral, se experimentó con los medicamentos A y B, registrándose si a los cinco días habían mejorado o no, según si les había sido administrado uno de los medicamentos. El número de casos se registra en la tabla de la derecha:

I: El 30% de los que tomaron medicamento B, mejoraron a los 5 días.

II: De los que no mejoraron, el 62,5% había tomado medicamento A.

III: Del total de sujetos investigados, el 37,5% mejoró a los 5 días tomando medicamento A.

	Medicamento		TOTAL
	A	B	
Mejóro	45	35	80
No mejoró	25	15	40
TOTAL	70	50	120

Es (son) verdadera(s):

A) Sólo III

C) Sólo II y III

E) I, II y III

B) Sólo I y II

D) Sólo I y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

▪ El porcentaje de los que tomaron el medicamento B y se mejoraron esta dado por la razón entre los que se mejoraron y los que tomaron, multiplicado por 100%. Como a continuación se ilustra:

$$\frac{35}{50} \cdot 100\% = 35 \cdot 2\% = 70\%$$

El 70% de los que tomaron el medicamento B se mejoró. Por lo tanto, I) es falsa.

▪ La fila de los que no mejoraron indica que fueron 40. De estos, los que tomaron el medicamento A, fueron 25. El porcentaje viene dado por:

$$\frac{25}{40} \cdot 100 = \frac{5}{8} \cdot 100 = 5 \cdot 12,5 = 62,5\%$$

Por lo tanto, II) es correcta.

▪ 45 de los 120 investigados mejoraron tomando el medicamento A. Los que representan $\frac{45}{120} \cdot 100\% = \frac{45}{12} \cdot 10\% = 37,5\%$

III) es correcta.

Sólo II) y III) son correctas.

Alternativa C).

11. Un estudio realizado con una muestra aleatoria de personas mayores de 18 años, se orientó a preguntar a los encuestados si estaban o no inscritos en el Registro Electoral. Clasificados por edad, el número de casos se muestra en la siguiente tabla:

¿Está ud. inscrito para votar?	Edad (años)			Total
	18 a 29	30 a 44	45 y más	
Sí	26	99	35	160
No	24	12	4	40
Total	50	111	39	200

Entonces:

- A) De los encuestados entre 18 y 29 años, el 48% está inscrito para votar.
- B) Entre los que no están inscritos para votar, el 60% son mayores de 30 años.
- C) Del total de encuestados, el 80,5% tiene 29 años o menos de edad.
- D) De los que están inscritos para votar, el 62% tiene 30 o más de años de edad.
- E) Del total de encuestados, el 67% está inscrito para votar y tiene a lo menos 30 años.

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

- A). El porcentaje de inscritos para votar entre 18 y 19 años es $\frac{26}{50} \cdot 100\% = 26 \cdot 2 = 52\%$.

Por lo tanto, A) es falsa.

- B). De entre los 40 no inscritos, los mayores de 30 años son: $12 + 4 = 16$. Representando un $\frac{16}{40} \cdot 100 = \frac{4}{10} \cdot 100 = 4 \cdot 10 = 40\%$.

Por lo tanto, B) es falsa.

- C). El total de encuestados menores de 30 años son: 50 de un total de 200.

Lo que representa una cuarta parte, esto es, un 25%.

Por lo tanto, C) es falsa.

- D). Los inscritos que tienen 30 o más años son: $99 + 35 = 134$. Representan, de un total de 160 inscritos para votar, el:

$$\frac{134}{160} \cdot 100\% = \frac{134}{16} \cdot 10\% = \frac{134}{8} \cdot 5\% = \frac{670\%}{8} = 83,75\%$$

Por lo tanto, D) es falsa.

- E). Del total de 200 personas encuestadas, $99 + 35 = 134$ tienen más de 30 años y están inscritos, representado un $\frac{134}{200} \cdot 100\% = \frac{134}{2}\% = 67\%$

Por lo tanto, E) es verdadera.

I.2. **Datos tabulados con ejercicios de probabilidad**

12. Para estimar la probabilidad de que una ampollita salga defectuosa se realiza el experimento de probar 1.000 ampollitas en grupos o lotes de 200. Los resultados se consignan en la siguiente tabla.

Lotes	ampollitas defectuosas	frecuencia acumulada
1°	10	10
2°	11	21
3°	7	28
4°	4	32
5°	12	44

La probabilidad de que al sacar una ampollita al azar, esta sea defectuosa es:

- A) 3% C) 44% E) 12%
B) 1,2% D) 4,4%

Solución:

Lo único que interesa es la cantidad de ampollitas defectuosas del total de ampollitas pedidas. Lo que se observa al final de la frecuencia acumulada. La probabilidad pedida es

$$p = \frac{44}{1000} = \frac{4,4}{100} = 4,4\%$$

Alternativa D).

13. Las personas seleccionadas en un concurso de conocimiento presentan una distribución porcentual de sus edades tal como se muestra en la tabla.

%	Edad
5	16
25	17
35	18
20	19
10	20
5	Más de 20

¿Cuál es probabilidad de escoger al azar a una persona menor de 19 años?

- A) $\frac{13}{20}$ D) $\frac{7}{20}$
B) $\frac{15}{20}$ E) Ninguna de las anteriores.
C) $\frac{10}{19}$

Solución:

La probabilidad de un suceso es equivalente a la distribución porcentual del mismo.

Así, mirando la tabla,

$$P(x_i < 19 \text{ años}) = P(16 \text{ años}) + P(17 \text{ años}) + P(18 \text{ años})$$

$$= 5\% + 25\% + 35\%$$

$$= 65\%$$

$$= \frac{65}{100}$$

y simplificando por 5...

$$= \frac{13}{20}$$

Alternativa A).

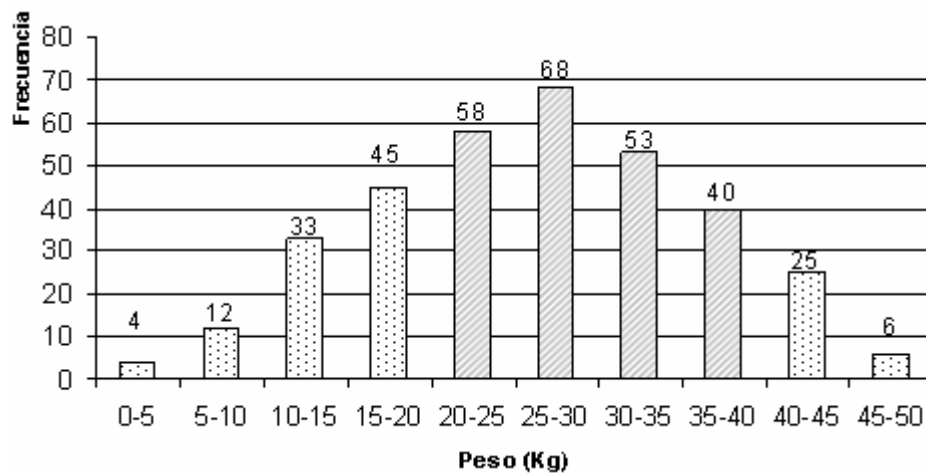
14. Una empresa de transporte lleva un registro de las masas (Kg.) de las encomiendas enviadas. Se ha construido la siguiente tabla de frecuencias, la que no tiene variaciones significativas respecto a meses anteriores. Entonces, la probabilidad que se envíe un paquete cuyo peso está entre 20 Kg. y 40 Kg. es:

Masa (Kg.)	Encomiendas
$0 \leq x \leq 5$	4
$5 \leq x \leq 10$	12
$10 \leq x \leq 15$	33
$15 \leq x \leq 20$	45
$20 \leq x \leq 25$	58
$25 \leq x \leq 30$	68
$30 \leq x \leq 35$	53
$35 \leq x \leq 40$	40
$40 \leq x \leq 45$	25
$45 \leq x \leq 50$	6
Total	344

- A) $58 + 68 + 53 + 40$
- B) $\frac{22,5 + 27,5 + 32,5 + 37,5}{344}$
- C) Entre 60% y 65%
- D) Mayor que 35%, pero menor que 50%.
- E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

Aunque no es necesario graficar la información, las barras rellenas con tramas oblicuas son los casos favorables a lo pedido.



Los casos favorables a enviar un paquete con una masa igual o superior a los 20 Kg. pero inferior a los 40 Kg. son $58 + 68 + 53 + 40 = 219$.

Los casos totales vienen dados por 340 paquetes o encomiendas.

La probabilidad viene dada por:

$$P\{20 \text{ kg} \leq \text{masa} \leq 40 \text{ kg}\} = \frac{58 + 68 + 53 + 40}{344} = \frac{219}{344} \approx 0,636$$

Alternativa C).

Aunque la siguiente observación es un tema de la Física, debe diferenciarse entre masa y peso. La unidad de medida de masa es el kilogramo [Kg.], mientras que el del peso es el Newton [N].

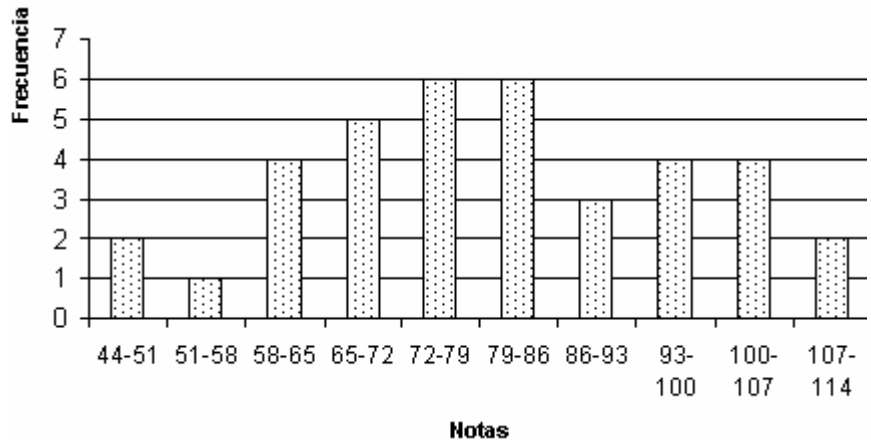
III

Datos tabulados gráficamente

II.1. **Lectura e Interpretación de Gráficos**

15. Se ordenan las notas obtenidas por alumnos de un curso, siendo posible construir una tabla de frecuencias.

Notas	Frecuencia
44-51	2
51-58	1
58-65	4
65-72	5
72-79	6
79-86	6
86-93	3
93-100	5
100-107	4
107-114	2
Total	38



En el histograma se ha cometido un error en la altura de la barra que corresponde al intervalo:

- A) $51 \leq N < 58$
- B) $65 \leq N < 72$
- C) $79 \leq N < 86$
- D) $93 \leq N < 100$
- E) $107 \leq N < 114$

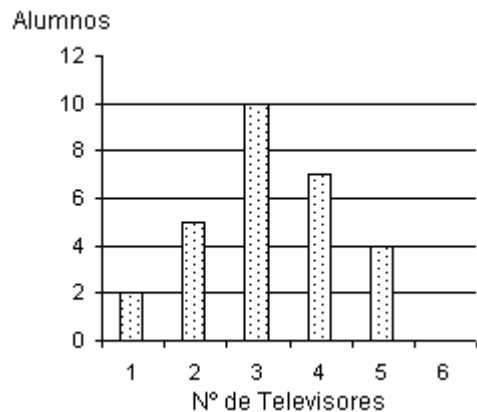
Solución

De acuerdo a la tabla de frecuencias, las calificaciones en el intervalo 93 – 100 es 5, pero el gráfico indica 4.

Alternativa D).

16. El gráfico de la figura representa el número de televisores que tienen en su casa los alumnos de un curso. De acuerdo con esta información, el número de alumnos del curso es

- A) 29
- B) 28
- C) 27
- D) 15
- E) 14



Solución:

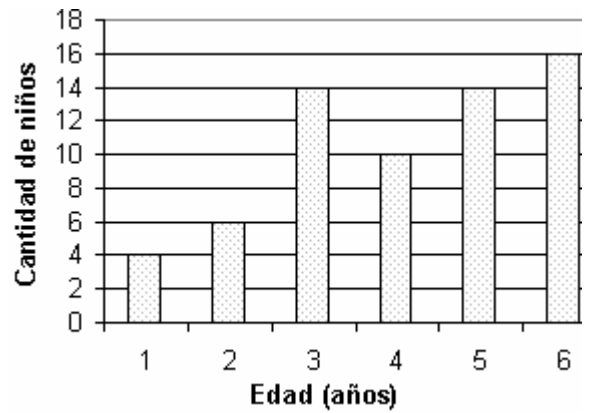
Aunque no es necesario para saber la cantidad de alumnos del curso, vamos a tabular la información.

Nº de televisores (x)	Nº de alumnos (f _i)
1	2
2	5
3	10
4	7
5	4
6	0
Total	$n = \sum_{i=1}^6 f_i = 2 + 5 + 10 + 7 + 4 + 0 = 28$

Alternativa B).

17. El siguiente gráfico muestra la cantidad (f_i) de niños que tienen edades entre 1 y 6 años. Determina el número de personas de la muestra que se indica:

- A) 61
- B) 62
- C) 63
- D) 64
- E) 65



Solución:

Aunque no es necesario para saber el número de niños, vamos a tabular la información.

Donde la variable x indica la edad y f_i la cantidad de niños que presenta cada edad.

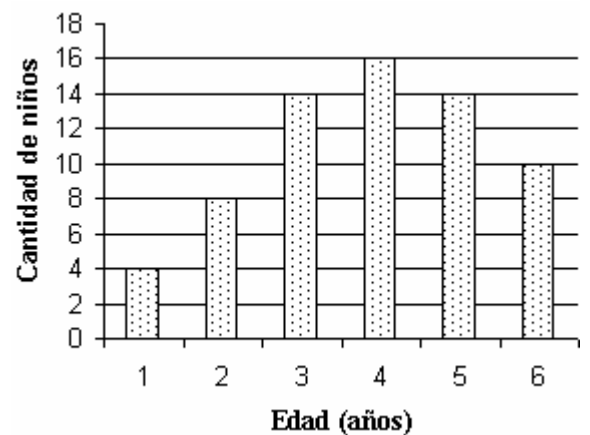
Alternativa D).

Edad (x)	Nº de niños (f_i)
1	4
2	6
3	14
4	10
5	14
6	16
Total	$n = \sum_{i=1}^6 f_i = 4 + 6 + 14 + 10 + 14 + 16 = 64$

El ejercicio que a continuación se presenta es distinto al anterior en la cantidad de niños de la muestra.

18. El siguiente gráfico muestra la cantidad (f_i) de niños que tienen edades entre 1 y 6 años. Determina el número de personas de esta muestra:

- A) 62
- B) 64
- C) 66
- D) 68
- E) 70



Solución:

Aunque no es necesario para saber el número de niños, vamos a tabular la información.

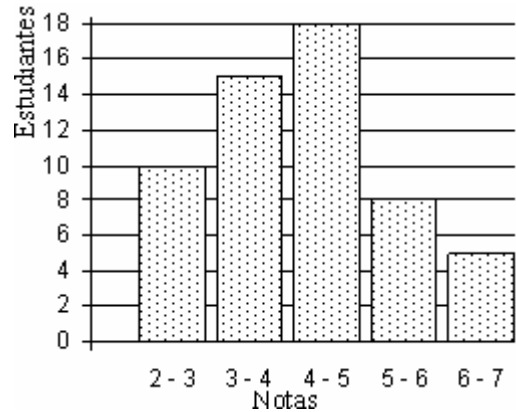
Donde la variable x indica la edad y f_i la cantidad de niños que presenta cada edad.

Alternativa C).

Edad (x)	Nº de niños (f_i)
1	4
2	8
3	14
4	16
5	14
6	10
Total	$n = \sum_{i=1}^6 f_i = 4 + 8 + 14 + 16 + 14 + 10 = 66$

19. El histograma de frecuencias para las notas de los estudiantes de un curso universitario está representado en la figura adjunta. Se puede afirmar que el número de estudiantes del curso es:

- A) 18
- B) 56
- C) 52
- D) $20 + 45 + 72 + 40 + 30$
- E) Ninguna de las anteriores.



Solución:

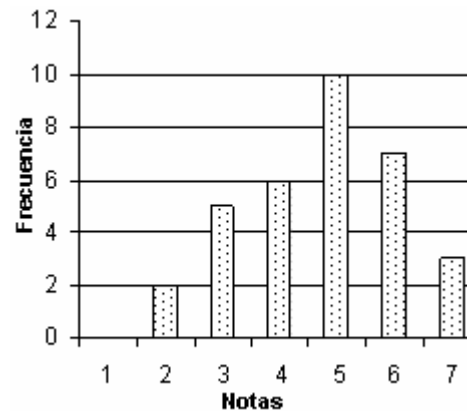
El número de estudiantes viene dado por la suma de frecuencias de cada barra.

$$\# \text{ estudiantes} = 10 + 15 + 18 + 8 + 5 = 56$$

Alternativa B).

20. El histograma presenta las notas de matemáticas (sin decimales) de un curso. ¿Qué porcentaje de los alumnos tiene nota < 4 ?

- A) 7,0 %
- B) $33,3\bar{3}\%$
- C) $23,3\bar{3}\%$
- D) $21,2\bar{1}\%$
- E) 21,0 %



Solución:

Los casos favorables a las notas ≤ 4 quedan determinados por las frecuencias de las tres primeras barras: $0 + 2 + 5 = 7$

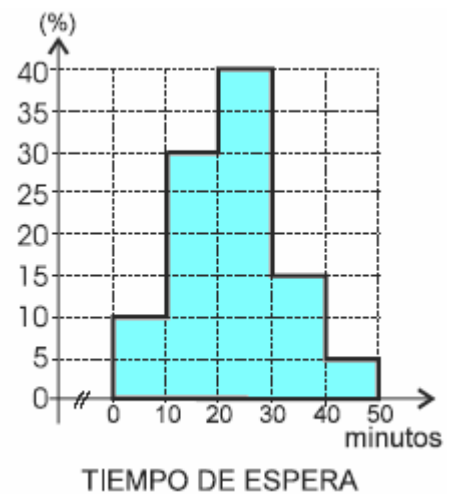
La cantidad total de alumnos está dada por la suma de las frecuencias de todas las barras: $0 + 2 + 5 + 6 + 10 + 7 + 3 = 33$

$$\text{El porcentaje viene dada por } \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} \cdot 100\% = \frac{7}{33} \cdot 100\% = 7 \cdot 3,03\bar{3}\% = 21,2\bar{1}\%$$

Alternativa D).

21. En una muestra de personas que concurrió a una oficina municipal, el tiempo de espera para ser atendidos se distribuye de acuerdo al gráfico de la figura:

- I: El 10% de estas personas esperaron para ser atendidas menos de 10 minutos.
- II: Lo más que esperaron estas personas antes de ser atendidas fue entre 20 y 30 minutos.
- III: El 20% de las personas esperaron a lo menos media hora antes de ser atendidas.



Es (son) verdadera(s):

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

Solución:

Analicemos cada alternativa.

Aunque no es necesario, vamos a tabular la información gráfica.

tiempo de espera	porcentaje (%)
0 - 10	10
10 - 20	30
20 - 30	40
30 - 40	15
40 - 50	5
Total	100

- Del gráfico y de la tabla posterior, se muestra que el 10% de la población esperó menos de para ser atendida.

Por lo tanto, I) es correcta.

- La segunda aseveración es bastante pillá. El gráfico muestra que el mayor porcentaje de la población tiene un tiempo de espera comprendido entre los 20 y 30 minutos. Pero la

segunda aseveración indica que las personas no esperan más de 20 a 30 minutos, lo cuál no es cierto, pues hay quienes esperan hasta 50 minutos.

II) es falsa.

- Hay que sumar el porcentaje de personas que esperaron más de 30 minutos. Este porcentaje viene dado por la suma de las frecuencias de los intervalos que tienen más de 30 minutos: $15 + 5 = 20\%$.

III) es correcta.

Luego, I) y III) son correctas.

Alternativa D).

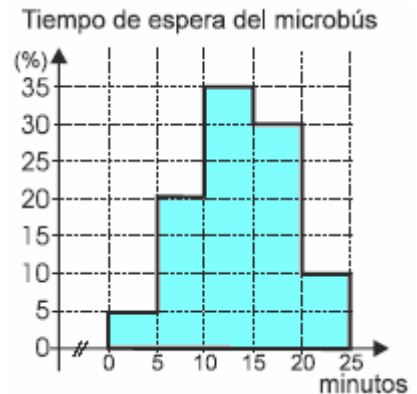
Aunque el siguiente encabezado es parecido al ejercicio anterior, es un ejercicio diferente.

22. En una muestra de personas seleccionadas al azar, se ha registrado el tiempo de espera del microbús en un día cualquiera. Este tiempo, en minutos, se distribuye de acuerdo al gráfico de la figura.

- I: El 10% de estas personas esperaron el microbús a lo menos 25 minutos.
- II: La mayoría de las personas esperaron el microbús entre 10 y 20 minutos.
- III: La cuarta parte de las personas esperaron el microbús a lo más 10 minutos.

Es (son) correcta(s):

- A) Sólo II
- B) Sólo III
- C) I y II
- D) II y III
- E) I, II y III



Solución:

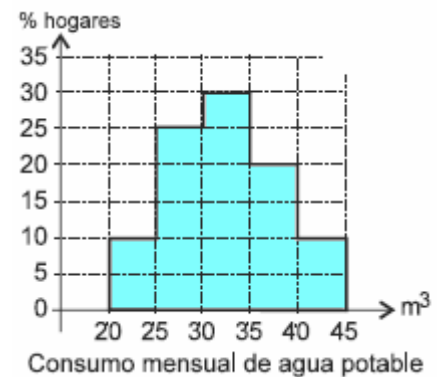
Analicemos cada una de las alternativas.

- I. Esperar a lo menos 25 minutos significa que es el tiempo mínimo de espera. El gráfico muestra que no hay porcentaje de la población que espera más de tal tiempo. Por lo tanto, I) es falsa.
- II. El gráfico muestra que el mayor porcentaje de la población espera el microbús entre 10 y 15 minutos, seguido de quienes esperan de tal tiempo hasta los 20 minutos. Por lo tanto, II) es verdadera.
- III. Esperar la micro a lo más 10 minutos significa que no superan tal tiempo de espera. El gráfico indica que el porcentaje de quienes se hallan en tal situación es: $5 + 20 = 25\%$. Por lo tanto, III) es verdadera.

La alternativa es D).

23. El gráfico de la figura muestra el consumo mensual de agua potable (m^3) en una muestra de hogares de la región metropolitana. A partir del gráfico se afirma que, en la muestra:

- I: Los hogares que más consumen, gastan entre 30 y 35 m^3 de agua en el mes.
- II: El 35% de los hogares gastaron entre 20 y 30 m^3 de agua en el mes.
- III: Entre 35 y 40% de los hogares gastaron 15 m^3 de agua en el mes.



Es (son) correcta (s):

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II

E) Sólo II y III

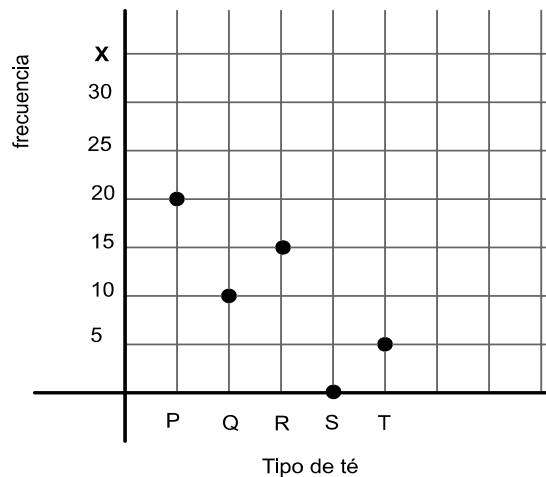
Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

- I. El gráfico muestra una mayor frecuencia de consumo entre 30 y 35 m^3 .
 - II. Para manejar el porcentaje de hogares que representa a quienes consumen entre 20 y 30 m^3 debemos conocer primero la cantidad de hogares que fueron entrevistados. La cantidad de hogares cuyo consumo está entre 20 y 30 m^3 se desprende de lo que indica la altura de sus barras en el gráfico: $10 + 25 = 35$. Como no tenemos 100 hogares entrevistados, estos 35 hogares no representan el 35%.
 - III. El gráfico muestra que no hubo hogares que consumieron 15 m^3 .
- Solo I) es correcta. Alternativa A).

24. En un supermercado se realiza una encuesta sobre las preferencias de 5 tipos de té: P, Q, R, S y T. De acuerdo a la gráfica de frecuencias, ¿Cuál fue el total de personas encuestadas?

- A) 20
 B) 30
 C) 40
 D) 50
 E) Ninguna de las anteriores.



Solución:

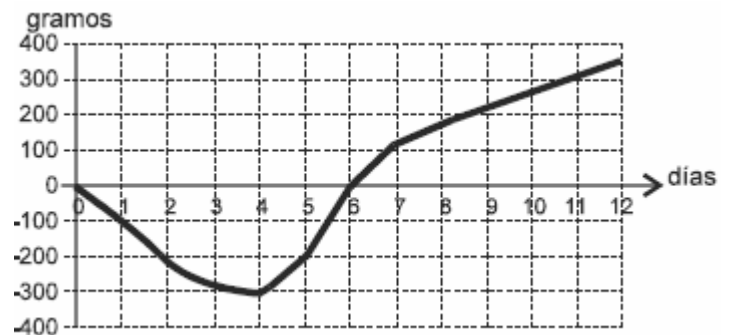
El total de personas encuestadas viene dado por la suma de las frecuencias que se hallan marcadas sobre cada uno de los tipos de té en la figura. Ello debido a que dichas frecuencias implican las preferencias votadas por los encuestados.

Así que, N° Personas = $20 + 10 + 15 + 0 + 5 = 50$.

Alternativa D).

25. El gráfico de la figura muestra la variación de peso, en gramos, de los primeros 12 días de vida de un recién nacido, cuyo peso al nacer fue de 3,5 Kg. Sobre la base de dicha información se afirma del recién nacido que:

- I: Al sexto día pesaba lo mismo que al nacer.
 II: Al cuarto día comenzó a subir de peso.
 III: Bajó de peso hasta el cuarto día.



Es (son) verdadera (s):

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo I y II
 D) Sólo II y III
 E) I, II y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas:

- I. El gráfico muestra que al sexto día no hay diferencia en el peso respecto de cuando nació. Por lo tanto, I) es verdadera.
 II. Aún cuando el peso es inferior respecto de cuando nació, la curva comienza a ascender a partir del cuarto día, lo que significa que el peso comienza a subir a partir de tal día. Por lo tanto, II) es verdadera.
 III. Lo que se desprende del gráfico y algo se comentó anteriormente, los tres primeros días bajó su peso para a partir del cuarto día revertir tal situación. Por lo tanto, III) es falsa.

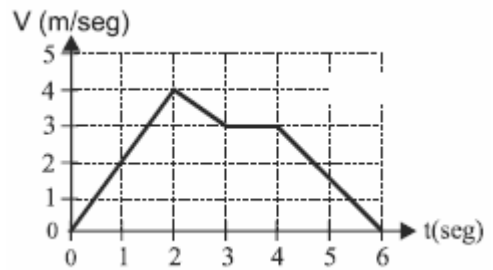
Así, I) y II) son verdaderas.

Alternativa C).

26. La figura muestra la velocidad de un objeto, en [m/s], en función del tiempo.

Sobre la base de esta información se afirma que:

- I: Entre los 3 y 4 seg., el objeto estuvo detenido.
- II: La velocidad máxima que desarrolló el objeto es de 2 m/seg.
- III: En los dos últimos segundos, el objeto disminuyó su velocidad hasta detenerse.



Es (son) verdadera(s):

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

Solución:

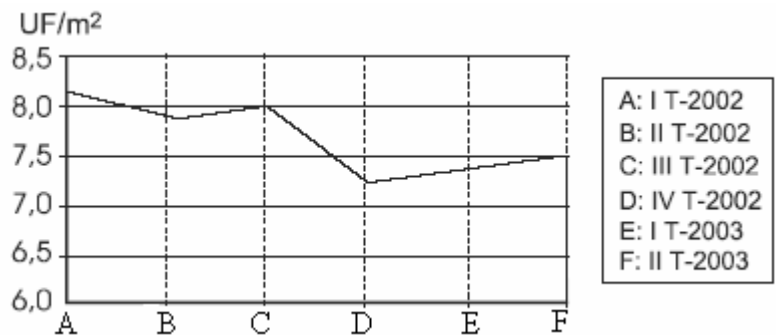
Analicemos cada una de las alternativas.

- I. El gráfico muestra que entre los 3 y 4 [s] el objeto mantiene una velocidad de 3 [m/s]. Por lo tanto, I) es falsa.
- II. El gráfico muestra que la mayor velocidad alcanzada -lectura que hay que hacer en dirección vertical-, logró ser de 4 [m/s]. Que ello sea logrado tras 2 [s] de emprendido el vuelo es otra cosa. Por lo tanto, II) es falsa.
- III. Los dos últimos segundos registrados ocurren entre los 4 y 6 segundos de emprendido el vuelo. En tal intervalo de tiempo se observa una curva descendente, por lo que el objeto disminuye su velocidad hasta 0 [m/s], es decir, hasta detenerse. III) es verdadera.

Solo III) es verdadera, por lo que la alternativa correcta es C).

27. El gráfico muestra la evolución del valor, en UF, del metro cuadrado de terreno en un sector industrial, entre el 1er trimestre 2002 y el 2º trimestre 2003. Sobre la base de esta información se afirma que:

- I: El menor valor del metro cuadrado se dio en el cuarto trimestre del 2002.
- II: Entre el primer y el segundo trimestre del 2002, el valor de los terrenos aumentó.
- III: El mayor valor se presentó en el tercer trimestre del 2002.



- | |
|---------------|
| A: I T-2002 |
| B: II T-2002 |
| C: III T-2002 |
| D: IV T-2002 |
| E: I T-2003 |
| F: II T-2003 |

Es (son) verdadera (s):

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo I y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

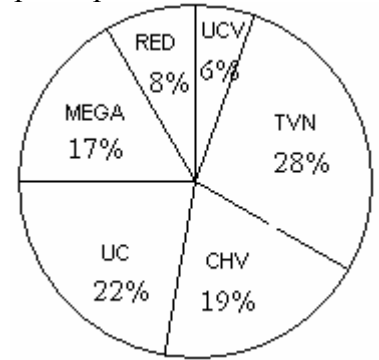
- I. La curva muestra su nivel más bajo en D, que conforme a la leyenda del gráfico ubicado a su derecha, representa al cuarto trimestre del 2002. I) Es verdadera.
- II. Entre A y B que representa el primer y segundo trimestre del 2002 respectivamente, la curva va en descenso, razón por la cuál, el valor de los terrenos disminuyó. II) Es falsa.
- III. El mayor valor es representado por el punto más alto de la curva, el cuál se sitúa sobre el primer trimestre. Por lo que III) también es falsa.

Solo I) es verdadera. Alternativa A).

28. El gráfico muestra las preferencias en los canales de televisión de un grupo de personas.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es(son) falsas?

- A) El 50% prefiere TVN o UC.
- B) El 25% prefiere UC o UCV.
- C) El 15% (aprox.) prefiere RED y UCV.
- D) El 60% prefiere a UC, TVN o CHV.
- E) Ninguna de las anteriores.



Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

- El porcentaje que prefiere TVN o UC es igual a $28\% + 22\% = 50\%$.

A) es verdadera.

- El porcentaje que prefiere UC o UCV es igual al $22\% + 6\% = 28\%$.

B) es falsa.

Por lo tanto, es la alternativa buscada.

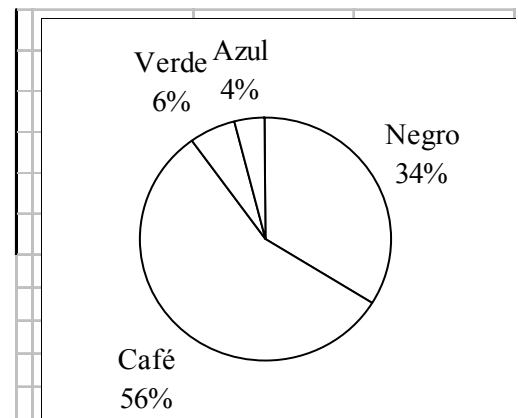
29. El gráfico de la figura indica el color de ojos de los recién nacidos en una clínica durante el último año.

Respecto de la muestra se afirma que:

- I) El 10% resultó con ojos verdes o azules.
- II) El 66% no tiene los ojos negros.
- III) Más de la mitad resultó con ojos café.

Es(son) verdadera(s):

- A) Sólo III.
- B) Sólo I y II.
- C) Sólo I y III.
- D) Sólo II y III.
- E) I, II y III



Solución:

Analicemos cada afirmación

I. La suma de los porcentajes de los recién nacidos con ojos verdes o azules es

$$6\% + 4\% = 10\%.$$

Es verdadera.

II. El porcentaje de quienes no tienen ojos negros es:

$$100\% - \text{Porcentaje de quienes sí tienen ojos negros} = 100\% - 34\% = 66\%.$$

Es verdadera.

III. La mitad de los recién nacidos es 50%, el cuál es superado con un 56% de recién nacidos con ojos café.

Es verdadera.

Alternativa E).

30. Se quiere construir un gráfico circular a partir de los datos de la siguiente tabla. ¿Cuál debiera ser la medida del ángulo correspondiente al intervalo [153,5 – 158,5[?

Estaturas	n° de alumnos
148,5 – 153,5	1
153,5 – 158,5	5
158,5 – 163,5	11
163,5 – 168,5	14
168,5 – 173,5	6
173,5 – 178,5	3

- A) 45°
 B) 30°
 C) 20°
 D) 12,5°
 E) 8°

Solución:

El sector circular que le corresponde a cada intervalo es proporcional a su respectiva frecuencia respecto del total. Así, debemos conocer no sólo el número de alumnos del intervalo pedido –el cuál se da en el intervalo, sino que además, hay que contabilizar el total de alumnos. Estos son: $1 + 5 + 11 + 14 + 6 + 3 = 40$

Los alumnos cuyas estaturas están en el intervalo [153,5 – 158,5[representan el

$$\frac{5}{40} \cdot 100\% = \frac{5}{4} \cdot 10\% = 12,5\%$$

Luego, formamos la proporción

grados	%
360°	100
x	12,5

$$100x = 360^\circ \cdot 12,5$$

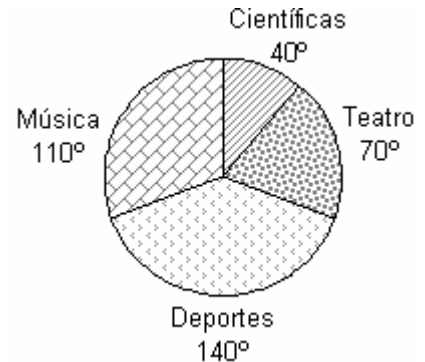
$$100x = 360^\circ \cdot 12,5$$

$$x = \frac{360^\circ \cdot 12,5}{100} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

Alternativa A).

31. En el gráfico circular se muestra la distribución de 36 alumnos en actividades extra-programáticas. Aquellos que participan en teatro son:

- A) 20
 B) 11
 C) 4
 D) 7
 E) 14



Solución:

Por medio de una proporcionalidad directa:

grados	alumnos
360	36
70	x

$$360 \cdot x = 70 \cdot 36$$

$$x = \frac{70 \cdot 36}{360} = \frac{7 \cdot 36}{36} = 7$$

Alternativa D).

Otra forma:

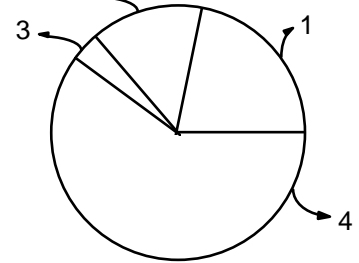
Alguien puede percatarse que la relación entre el número de alumnos y los grados del gráfico es de 1 es 10. Pues son 36 alumnos y 360°. Por lo tanto, cada 10° grados se representa a un alumno. Si los que prefieren teatro ocupan 70° en el gráfico circular, entonces representan a 7 alumnos.

Alternativa D).

32. Se ha realizado una encuesta en cierto sector de Santiago. Los resultados obtenidos están representados en un gráfico circular. Si 18 personas optaron por la opción 3, entonces ¿Cuántas personas eligieron la opción 4?

Datos: Sector 1 = 80°; Sector 2 = 70°; Sector 3 = 5°; Sector 4 = 205°

- A) 738
 B) 1286
 C) 250
 D) 286
 E) Ninguna de las anteriores.



Solución:

Utilizando proporcionalidad directa:

Grados	n° personas
5	18
205	x

$$\Rightarrow 5x = 205 \cdot 18$$

$$x = \frac{205 \cdot 18}{5}$$

$$= 41 \cdot 18$$

$$= 738$$

Alternativa A).

33. En un gráfico circular, el 45% del total de los casos queda representado por un sector cuyo ángulo central mide:

- A) 12,5°
 B) 25°
 C) 45°
 D) 90°
 E) 162°

Solución:

Los grados de un gráfico circular se reparten de manera directamente proporcional al porcentaje de casos. Por lo tanto, usando proporcionalidad directa:

Grados	% Casos
360°	100%
x	45%

$$\Rightarrow x \cdot 100\% = 360^\circ \cdot 45\%$$

$$x = \frac{360^\circ \cdot 45\%}{100\%}$$

simplificando por 10.

$$= \frac{36^\circ \cdot 45}{10}$$

simplificando por 5.

$$= \frac{36^\circ \cdot 9}{2}$$

simplificando por 2.

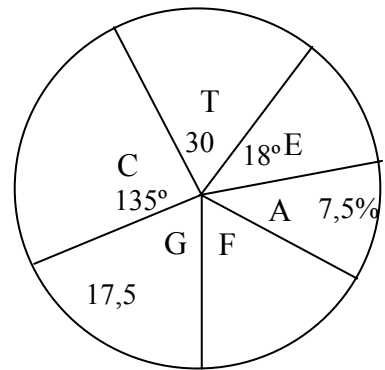
$$= 18^\circ \cdot 9$$

$$= 162^\circ$$

Alternativa E).

34. En el siguiente gráfico se muestra las preferencias de un grupo de alumnos por los ramos electivos: Álgebra(A); Cálculo (C); Estadística (E), Geometría (G); Trigonometría (T) y Física (F). Si 9 alumnos prefieren Física, ¿cuántos prefirieron Cálculo?

- A) 150
- B) 145
- C) 140
- D) 135
- E) 130



Solución:

Determinemos la cantidad de grados asociados a Física.

La cantidad de grados que se declaran en el gráfico son:

$$\begin{aligned}
 & 135^\circ + \text{El } 30\% \text{ de } 360^\circ + 18^\circ + \underbrace{7,5\% + 17,5^\circ}_{25\%} \\
 &= 135^\circ + \frac{30}{100} \cdot 360^\circ + \frac{25}{100} \cdot 360^\circ \\
 &= 135^\circ + 3 \cdot 36^\circ + \frac{1}{4} \cdot 360^\circ \\
 &= 135^\circ + 108^\circ + 90^\circ \\
 &= 351^\circ
 \end{aligned}$$

La cantidad de grados faltantes correspondientes a la preferencia de Física son:

$360^\circ - 351^\circ = 9^\circ$. Son 9° para representar a los 9 alumnos de Física. De aquí notamos que es 1° por alumno. Por lo tanto, si la asignatura de Cálculo tiene 135° entonces estos representan a 135 alumnos que la prefirieron.

Alternativa D).

III. Ejercicios sin presentación de tablas ni gráficos en el enunciado

III.1. Lectura e Interpretación de Datos sin uso de tablas ni gráficos

35. Según una información del INE (Instituto nacional de Estadísticas), actualmente en Chile, 25 de cada 1.000 habitantes cursa estudios universitarios. Si Chile tiene 15 millones de habitantes, con la información del INE, es posible afirmar que actualmente, en el país:
- A) Cursan estudios universitarios unos 40.000 habitantes.
 - B) 375.000 habitantes cursan estudios universitarios.
 - C) Quince mil habitantes cursan estudios universitarios
 - D) 600.000 habitantes cursan estudios universitarios.
 - E) Menos de 300.000 habitantes han estudiado en la universidad.

Solución:

El presente ejercicio se resuelve usando una igualdad de razones:

$$\frac{25}{1.000} = \frac{x}{15.000.000} \Rightarrow 25 \cdot 15.000.000 = 1.000 \cdot x$$
$$\Rightarrow 25 \cdot 15.000 = x$$
$$\Rightarrow 375.000 = x$$

Alternativa B).

36. Una casa comercial segmenta a sus clientes según sexo (hombre - mujer) y edad (mayores de 30 años - menores de 30 años), pudiendo construir la siguiente información:

- El 67% son hombres.
- El 35% son mayores de 30 años.
- El 13% son mujeres mayores de 30 años.

¿Qué % de los clientes de esta empresa son mujeres menores de 30 años?

- A) 20%
- B) 45%
- C) 22 %
- D) 13%
- E) 32%

Solución:

Para resolver este ejercicio se vale de una tabla, en la cual se vaciará la información entregada.

		SEXO		TOTAL
		Hombre	Mujer	
Edad	Mayor de 30 años.		13%	35%
	Menor de 30 años.			
TOTAL		67%		100%

Por diferencias en la última fila y columna con la última celda (100%) pueden ser obtenidos los valores de las celdas restantes en ellas. Posteriormente, las celdas de las columnas y filas interiores pueden obtenerse por diferencias con la última columna y fila ya completadas. Los sufijos entre paréntesis van indicando el orden en que se puede rellenar la información faltante:

		SEXO		TOTAL
		Hombre	Mujer	
Edad	Mayor de 30 años.	22% (3)	13%	35%
	Menor de 30 años.	45% (4)	20% (5)	65% (1)
TOTAL		67%	33% (2)	100%

La celda sombreada con el número 20 en rojo representa la cantidad de mujeres menores de 30 años.

Alternativa A).

IV.

Medidas de Tendencia Central

IV.1. Ejercicios solo de Promedios Ponderados

37. Un test de aptitudes básicas se aplicó a los estudiantes de 7° básico de tres comunas de una provincia. Los promedios para cada una están tabulados como sigue:

Comuna	Promedio	N° estudiantes
Sierra Bello	72,6	2824
Puerto Claro	59,4	427
Angostura	52,1	635

Entonces el promedio general de la provincia es:

- A) $\frac{72,6 + 59,4 + 52,1}{2.824 + 427 + 635}$ C) $\frac{2.824 + 427 + 635}{3}$ E) $\frac{2.824 \cdot 72,6 + 427 \cdot 59,4 + 635 \cdot 52,1}{2.824 + 427 + 635}$
- B) $\frac{72,6 + 59,4 + 52,1}{3}$ D) $\frac{2.824}{72,6} + \frac{427}{59,4} + \frac{635}{52,1}$

Solución:

El promedio de la provincia es ponderado y por definición viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{72,6 \cdot 2.824 + 59,4 \cdot 427 + 52,1 \cdot 635}{2.824 + 427 + 635}$$

Alternativa E).

38. La siguiente tabla de frecuencias muestra el porcentaje (%) de bienestar que indicaron 60 personas en una encuesta de salud.

Intervalo de % de salud	Marca de Clase (x_c)	Frecuencia absoluta (f_i)	$x_c \cdot f_i$
51 – 56	53,5	6	321
56 – 61	58,5	9	526,5
61 – 66	63,5	5	317,5
66 – 71	68,5	10	685
71 – 76	73,5	9	661,5
76 – 81	78,5	11	863,5
81 – 86	83,5	4	334
86 – 91	88,5	3	265,5
91 – 96	93,5	3	280,5
Total		n = 60	$\sum x_c \cdot f_i = 4255$

De las alternativas adjuntas, el valor más cercano al promedio del bienestar de salud de las personas es:

- A) 71,1 C) 60 E) $\frac{60}{4255}$
- B) 75,5 D) 70,9

Solución:

La marca de clase es el mejor representante de cada intervalo, por tanto le atribuimos a él todos los datos pertenecientes al mismo intervalo. El cálculo del promedio ponderado viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c \cdot f_i}{n} = \frac{4255}{60} = 70,9 \text{ Alternativa D).}$$

42. Un pescador artesanal vuelve de la mar con 5 corvinas, 15 pescadas y 30 jureles. Las corvinas las vendió a \$1.000 cada una, las pescadas a 3 en \$1.000 y los jureles a \$200 cada uno. ¿Cuál es el precio medio de venta por pescado?
- A) \$511
 - B) \$320
 - C) \$405
 - D) \$733
 - E) \$350

Solución:

Se trata de un promedio ponderado. Antes hay que notar que formamos 5 grupos -de 3 pescadas- a \$1.000 cada uno y que son 50 pescados.

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot \$1.000 + 5 \cdot \$1.000 + 30 \cdot \$200}{50} = \frac{\$5.000 + \$5.000 + \$6.000}{50} = \frac{\$16.000}{50} = \$320$$

Alternativa B).

43. Un cazador ha abatido en cada semana de las cinco que ha salido al campo, el siguiente número de conejos: 15, 17, 13, 18, 17. La media aritmética de estos datos es:
- A) 15.
 - B) 15,5
 - C) 16
 - D) 16,5
 - E) 17

Solución:

La media aritmética o promedio es $\bar{x} = \frac{15+17+13+18+17}{5} = \frac{80}{5} = 16$.

Alternativa C).

44. En una industria trabajan 10 obreros que ganan \$95.000 mensuales cada uno; 4 secretarías que ganan mensualmente \$135.000 cada una y el gerente que gana \$340.000. La media mensual de los sueldos es:
- A) \$ 122.000
 - B) \$ 190.000
 - C) \$ 315.000
 - D) \$ 610.000
 - E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

$$\bar{x} = \sum \frac{x_i \cdot f_i}{n} = \frac{95.000 \cdot 10 + 135.000 \cdot 4 + 340.000 \cdot 1}{10 + 4 + 1} = \frac{950.000 + 540.000 + 340.000}{15} = \frac{1.830.000}{15} = \$122.000$$

La alternativa correcta es la letra A).

45. En una pequeña empresa hay 20 operarios y 5 empleados administrativos. Los operarios tienen un sueldo promedio mensual de \$180 mil, mientras que los empleados un promedio de \$160 mil. ¿Cuál es el sueldo promedio de los 25 trabajadores de esta empresa?
- A) \$176 mil
 - B) \$136 mil
 - C) \$164 mil
 - D) \$172 mil
 - E) \$170 mil

Solución:

El promedio es ponderado y viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot \$180.000 + 5 \cdot \$160.000}{25} = \frac{\$3.600.000 + 800.000}{25} = \frac{\$4.400.000}{25} = \$176.000$$

Alternativa A).

46. En una escuela trabajan 10 profesores que ganan \$290.000 cada uno al mes; 2 secretarias que ganan mensualmente \$200.000 cada una; 1 inspector y 1 director que ganan \$400.000 y \$500.000, respectivamente, cada mes. Por lo tanto, la media mensual de los sueldos es:
- A) \$250.000
 - B) \$300.000
 - C) \$350.000
 - D) \$400.000
 - E) \$450.000

Solución:

Se trata de un promedio ponderado.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{10 \cdot \$290.000 + 2 \cdot \$200.000 + \$400.000 + \$500.000}{14} \\ &= \frac{\$2.900.000 + \$400.000 + \$400.000 + \$500.000}{14} \\ &= \frac{\$4.200.000}{14} \\ &= \$300.000 \end{aligned}$$

Alternativa B).

47. En un sector de una empresa trabajan 80 empleados cuyo sueldo promedio es de \$620.000 mensuales. Si x empleados ganan \$500.000 y el resto \$900.000, entonces una ecuación para calcular x es:

- A) $5x + 9(80 - x) = 8 \cdot 62$
- B) $5x + 8(80 - x) = 9 \cdot 62$
- C) $8x + 6x(80 - x) = 9 \cdot 5$
- D) $9x + 5(80 - x) = 8 \cdot 62$
- E) $62x + 8(80 - x) = 9 \cdot 5$

Solución

$$\bar{x} = 620.000$$

$$\frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = 620.000$$

$$\frac{500.000 \cdot x + 900.000(80 - x)}{80} = 620.000$$

$$500.000 \cdot x + 900.000(80 - x) = 80 \cdot 620.000$$

Factorizamos por 100.000 y simplificamos por tal cantidad a cada lado de la igualdad.

$$100.000 [5x + 9(80 - x)] = 100.000(8 \cdot 62) \quad / \cdot \frac{1}{100.000}$$

$$5x + 9(80 - x) = 8 \cdot 62$$

La respuesta es A).

Donde x_i son los grupos de sueldo;
 f_i los empleados de cada grupo;
 $n = 80$ número total de empleados.

48. Se han obtenido los siguientes datos al realizar un estudio sobre el consumo diario de leche por familia en un tercer año básico.

De acuerdo a la tabla el consumo promedio de leche en las familias de los estudiantes del curso es:

- A) 0,35 Lt
- B) 4 Lt
- C) 12 Lt
- D) 1,95 Lt
- E) Ninguna de los anteriores.

Consumo de leche en litros	Nº de familias
0	2
1	12
2	14
3	10
4	2

Solución:

Si llamamos L al promedio de consumo semanal de leche del conjunto de familias encuestadas, $\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 12 + 2 \cdot 14 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 2}{2 + 12 + 14 + 10 + 2} = \frac{12 + 28 + 30 + 8}{40} = 1,95 \text{ Lt}$

La opción correcta es D).

49. El director administrativo de una empresa presenta la siguiente información acerca del número diario de llamadas a celular que se hicieron desde la empresa, en los últimos 10 días:

¿Cuál es en esta muestra, el promedio diario de llamadas a celular?

- A) 29
- B) 30
- C) 25
- D) 20
- E) No se puede calcular con esta información.

Nº de llamadas	Nº de días
10 - 20	2
20 - 30	4
30 - 40	2
40 - 50	2

Solución:

La media o promedio diario considera la marca de clase de cada intervalo.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_c f_i}{2 + 4 + 2 + 2} = \frac{15 \cdot 2 + 25 \cdot 4 + 35 \cdot 2 + 45 \cdot 2}{10} = \frac{30 + 100 + 70 + 90}{10} = 29$$

Alternativa A).

50. La distribución de notas de un curso de 100 estudiantes es la indicada en la tabla. Entonces, con la información disponible, es posible estimar que el promedio aritmético de las notas es:

- A) 3,73
- B) 4,23
- C) 4,53
- D) 5,03
- E) 5,53

Intervalo	Frecuencia Absoluta
$1,5 \leq N < 2,5$	5
$2,5 \leq N < 3,5$	22
$3,5 \leq N < 4,5$	30
$4,5 \leq N < 5,5$	31
$5,5 \leq N < 6,5$	12
Total	100

Solución:

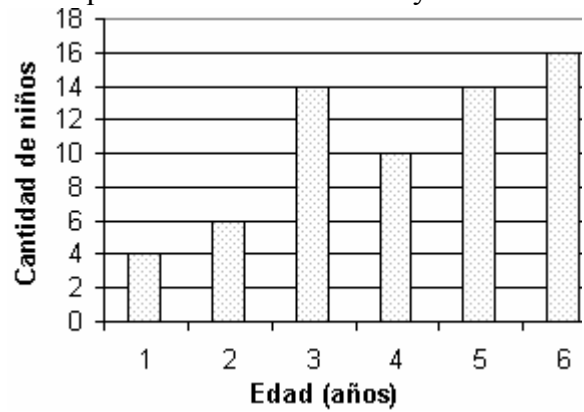
Estamos frente al cálculo del promedio de una variable continua. Debemos emplear la marca de clase de cada intervalo.

$$\bar{x} = \sum \frac{x_c \cdot f_i}{n} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 22 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 31 + 6 \cdot 12}{100} = \frac{10 + 66 + 120 + 155 + 72}{100} = \frac{423}{100} = 4,23$$

Alternativa B).

51. El siguiente gráfico muestra la cantidad (f_i) de niños que tienen edades entre 1 y 6 años. ¿Cuál es el promedio de edad de la muestra?

- A) 4,075
- B) 4,100
- C) 4,125
- D) 4,150
- E) 4,200



Solución:

Para datos agrupados, $\bar{x} = \sum \frac{x_i f_i}{n}$

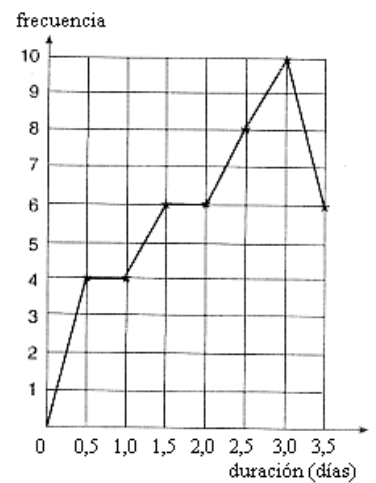
Edad	f_i	$x_i f_i$
1	4	4
2	6	12
3	14	42
4	10	40
5	14	70
6	16	96
total	64	264

$$\text{Luego, } \bar{x} = \sum \frac{x_i f_i}{n} = \frac{264}{64} = 4,125$$

Alternativa C).

52. En la figura se muestra el número de trabajos realizados para una constructora por un gáster durante un semestre. ¿Cuál fue la duración media aproximada (en días), de todos los trabajos realizados en ese tiempo?

- A) 2 días.
- B) 2,2 días.
- C) 2,5 días.
- D) 2,7 días.
- E) 3 días.



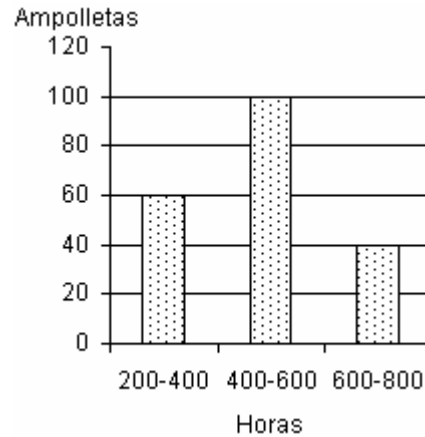
Solución:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{0,5 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 1,5 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 2,5 \cdot 8 + 3 \cdot 10 + 3,5 \cdot 6}{4 + 4 + 6 + 6 + 8 + 10 + 6} \\ &= \frac{2 + 4 + 9 + 12 + 20 + 30 + 21}{44} \\ &= \frac{98}{44} \approx 2,22 \end{aligned}$$

Alternativa B).

53. La distribución del número de horas que duraron encendidas 200 ampollitas está dada en la figura. La duración promedio de una ampollita en horas, es aproximadamente:

- A) 1
- B) 380
- C) 400
- D) 480
- E) 580



Solución:

Hay que identificar que:

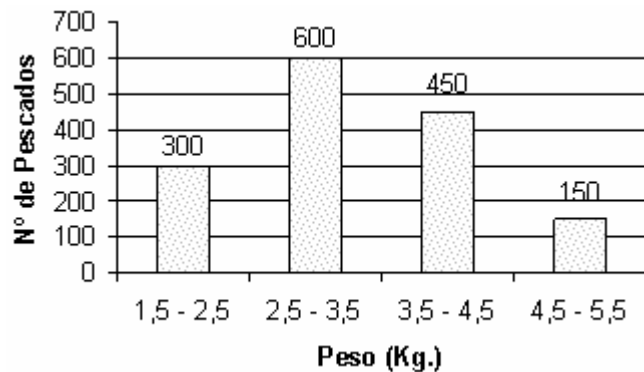
- La duración (en hrs.) es la variable.
- El número de ampollitas es la frecuencia.
- Y que estamos frente a valores agrupados en intervalos, por lo que hay que considerar la marca de clase de cada uno de ellos.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \sum \frac{x_c f_i}{n} = \frac{300 \cdot 60 + 500 \cdot 100 + 700 \cdot 40}{60 + 100 + 40} \\ &= \frac{300 \cdot 60 + 500 \cdot 100 + 700 \cdot 40}{200} \\ &= \frac{3 \cdot 60 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 40}{2} \\ &= 3 \cdot 30 + 5 \cdot 50 + 7 \cdot 20 \\ &= 90 + 250 + 140 \\ &= 480 \end{aligned}$$

Alternativa D).

54. La distribución de la masa de los pescados capturados por un determinado barco pesquero está dada por el siguiente gráfico. El valor que mejor representa la masa promedio es:

- A) 2,5 Kg.
- B) 3,3 Kg.
- C) 4,5 Kg.
- D) 5,0 Kg.
- E) No se puede determinar.



Solución:

Estamos frente al cálculo del promedio de una variable continua. Debemos emplear la marca de clase de cada intervalo.

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 300 + 3 \cdot 600 + 4 \cdot 450 + 5 \cdot 150}{300 + 600 + 450 + 150} = \frac{600 + 1800 + 1800 + 750}{1.500} = \frac{4.950}{1.500} = \frac{495}{150} = \frac{99}{30} = \frac{33}{10} = 3.3$$

Alternativa B).

55. En la tabla de distribución de frecuencia adjunta, se observa que falta una frecuencia, la que corresponde al dato 3. Si la media aritmética de dicha distribución es 4,32; entonces x es

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

X_i	1	2	3	4	5	6
f_i	2	3	x	6	5	8

Solución:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot x + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 8}{24 + x}$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 6 + 3x + 24 + 25 + 48}{24 + x}$$

$$4,32 = \frac{3x + 105}{24 + x}$$

$$103,68 + 4,32x = 3x + 105$$

$$4,32x - 3x = 105 - 103,68$$

$$1,32x = 1,32$$

$$x = 1$$

Alternativa B).

$$\left. \begin{array}{l} (*) \quad (*) \quad \frac{4,32 \cdot 24}{1 \ 7 \ 28} \\ \quad \quad \quad \frac{8 \ 6 \ 4}{103 \ 68} \end{array} \right\} \Rightarrow 4,32 \cdot 24 = 103,68$$

56. Se lanza un dado cierta cantidad de veces, y con los valores obtenidos se construye la tabla de frecuencias de la figura. Si la media aritmética de los valores es 3,5 entonces el número total de lanzamientos es

- A) 24
- B) 25
- C) 26
- D) 27
- E) 28

x	f_i
1	5
2	3
3	5
4	n
5	6
6	4

Solución:

La media aritmética para datos agrupados viene dada por

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot n + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 4}{5 + 3 + 5 + n + 6 + 4}$$

$$3,5 = \frac{5 + 6 + 15 + 4n + 30 + 24}{23 + n}$$

$$\Rightarrow 3,5(23 + n) = 80 + 4n$$

$$80,5 + 3,5n = 80 + 4n$$

$$0,5 = 0,5n$$

$$1 = n$$

Cancelamos ahora términos semejantes.

$$/ \cdot 2$$

Reemplazando este valor en la tabla de frecuencia, obtenemos que el número total de lanzamientos es $\sum f = 24$.

Alternativa A).

57. Se lanza un dado una cierta cantidad de veces y con los valores obtenidos se construye la tabla de frecuencia adjunta. Si la media aritmética de los valores obtenidos es 4,2.

¿Cuál es el valor de x?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

x_i	f_i
1	1
2	2
3	1
4	4
5	3
6	x

Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$4,2 = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot x}{1 + 2 + 1 + 4 + 3 + x}$$

$$4,2 = \frac{1 + 4 + 3 + 16 + 15 + 6x}{11 + x}$$

$$(11 + x) \cdot 4,2 = 39 + 6x$$

$$46,2 + 4,2x = 39 + 6x$$

$$7,2 = 1,8x$$

$$\frac{7,2}{1,8} = x$$

$$4 = x$$

Alternativa D).

58. Se lanza un dado cierta cantidad de veces y con los valores obtenidos se construye una tabla de frecuencia. Si la media aritmética de los valores es 3,8 el número total de lanzamientos es:

- A) 3
- B) 4
- C) 19
- D) 25
- E) Ninguna de las anteriores.

X	f
1	5
2	2
3	4
4	x
5	4
6	7

Solución:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$3,8 = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot x + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 7}{5 + 2 + 4 + x + 4 + 7}$$

$$3,8 = \frac{5 + 4 + 12 + 4x + 20 + 42}{22 + x}$$

$$(22 + x) \cdot 3,8 = 83 + 4x$$

$$83,6 + 3,8x = 83 + 4x$$

$$0,6 = 0,2x \Rightarrow \frac{0,6}{0,2} = x \Rightarrow 3 = x$$

Luego, el total de lanzamientos es $\sum f = 5 + 2 + 4 + 3 + 4 + 7 = 25$

Alternativa D).

Un facsímil PSU de Matemáticas publicado en un diario local da como clave de respuesta correcta a la alternativa A), sin considerar por lo que consulta el enunciado, que es “el número total de lanzamientos”.

IV.1.2. **Ejercicios de Promedios Ponderados con Porcentajes**

59. Cuando Marcela postuló a la universidad obtuvo los siguientes puntajes en las pruebas y en sus notas de la educación media.

Prueba	Puntaje	Ponderación (*)
Lengua Castellana	682	10 %
Matemática	751	20 %
Ciencia Sociales	643	10 %
Ciencias	718	40 %
Notas de la Enseñanza Media	600	20 %

(*) Es el coeficiente que se asigna a cada prueba en la carrera a la cuál se desea ingresar.

El puntaje de presentación de Marcela es entonces:

- A) 689,9
- B) 690
- C) 678,8
- D) 679
- E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

Estamos frente a un promedio ponderado. Donde debemos tener presente que:

$$10\% = \frac{10}{100} = 0,1 \quad 20\% = 0,2 \quad 40\% = 0,4$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{682 \cdot 0,1 + 751 \cdot 0,2 + 643 \cdot 0,1 + 718 \cdot 0,4 + 600 \cdot 0,2}{0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,4 + 0,2} = \frac{68,2 + 150,2 + 64,3 + 287,2 + 120,0}{1} \\ &= 689,9 \end{aligned}$$

Alternativa A).

60. Un estudio ha revelado que el 35% de los hombres y el 25% de las mujeres mayores de 60 años ayuda económicamente a sus familiares. Si el estudio comprendió una muestra de 420 hombres y 580 mujeres, ¿Qué % de la muestra da tal ayuda a sus familiares?

- A) 30%
- B) 8,75%
- C) 12,6%
- D) 60%
- E) 29,2%

Solución:

Sea n la cantidad de personas mayores de 60 años que brinda ayuda a sus familiares. Tal cantidad resulta de ponderar los distintos porcentajes, tal como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} n^\circ &= 35\% \cdot 420 + 25\% \cdot 580 = \frac{35}{100} \cdot 420 + \frac{25}{100} \cdot 580 = 3,5 \cdot 42 + \frac{1}{4} \cdot 580 \\ &= 147 + 145 \\ &= 292 \end{aligned}$$

La muestra está formada por 1000 personas, las que representa el 100%. Notemos que la razón entre personas y % es de 10:1, por lo tanto, las 292 personas representan el 29,2% del total.

Alternativa E).

61. En cierta sucursal de un Banco Comercial, el 65% de las cuentas de clientes corresponden a cuentas de Ahorro y el 35% restante a cuentas corrientes. El saldo promedio de las cuentas corrientes es de \$40 mil mientras que en cuentas de ahorro, el saldo promedio es de \$30 mil. Entonces, el saldo promedio de las cuentas, considerando ambos tipos, es:
- A) \$33.500
 - B) \$35.000
 - C) \$36.500
 - D) \$15.925
 - E) \$70.000

Solución:

Se trata de un promedio ponderado.

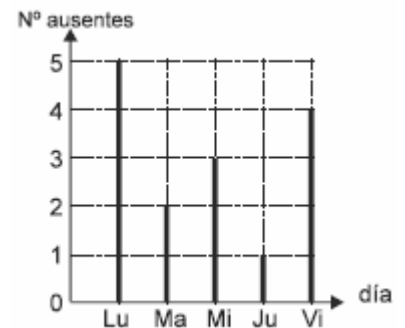
$$\bar{x} = \frac{65}{100} \cdot \$30.000 + \frac{35}{100} \cdot \$40.000 = 6,5 \cdot \$3000 + 3,5 \cdot \$4000 = \$19.500 + \$14.000 = \$33.500$$

Alternativa A).

62. Un Kindergarten atiende una matrícula de 25 párvulos, registrando durante la última semana el número diario de ausentes. La información se resume en la gráfica.

De las siguientes afirmaciones,

- I: El lunes faltó el 15% de los matriculados.
- II: El miércoles asistió el 88% de los matriculados.
- III: El martes y el jueves fueron los días de mayor asistencia.
- IV: El promedio diario de asistencia es de 22 párvulos.



Son correctas:

- A) Sólo II y III
- B) Sólo II y IV
- C) Sólo III y IV
- D) Sólo II, III y IV
- E) Sólo I, II y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas:

- I. El lunes faltaron 5 de 25 párvulos, lo que equivale a $\frac{5}{25} \cdot 100\% = 5 \cdot 4\% = 20\%$.

Por lo tanto, I) es falsa.

- II. El miércoles faltaron 3 de 25 párvulos, lo que equivale a $\frac{3}{25} \cdot 100\% = 3 \cdot 4\% = 12\%$.
Es decir, faltó el 12% y por lo tanto asistieron el 88%.

Por lo tanto, II) es correcta.

- III. El gráfico muestra que los días martes y jueves fueron los de menor inasistencia, por lo que hubo mayor asistencia de párvulos en tales días.

III) es correcta.

- IV. Tenemos registrada la inasistencia, la promediaremos y la restaremos a 25 -que es el total de párvulos-, y obtendremos por defecto el promedio de asistencia diaria.

$$\bar{x} = \frac{5+2+3+1+4}{5} = \frac{15}{5} = 3 \text{ ausentes en promedio diario.}$$

Por lo tanto, el promedio diario de asistentes es $25 - 3 = 22$ párvulos.

IV) es correcta.

Las aseveraciones correctas son II), III) y IV).

Alternativa D).

63. Se ha investigado en una muestra de 20 selecciones de fútbol que participan en el campeonato mundial, el número de jugadores que juegan en el extranjero. Los datos se muestran en la tabla.

Respecto de esta muestra es posible afirmar que:

- I: El 65% de las selecciones tienen más de tres jugadores que juegan en el extranjero.
- II: El promedio de jugadores que juegan en el extranjero es de 3,8 por selección.
- III: Más del 30% de las selecciones tienen 5 ó 6 jugadores que juegan en el extranjero.

	N° selecciones	N° jugadores
	2	2
	5	3
	6	4
	3	5
	4	6
Total	20	20

Es (son) verdadera (s):

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

I. El número de selecciones con más de tres jugadores son: $6 + 3 + 4 = 13$. Los que representan al $\frac{13}{20} \cdot 100\% = 13 \cdot 5\% = 65\%$ de las selecciones. I) es verdadera.

II. El promedio de jugadores por selección que juegan en el extranjero es:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6}{20} = \frac{4 + 15 + 24 + 15 + 24}{20} = \frac{82}{20} = 4,1$$
 II) es falsa.

III. El número de selecciones que tienen 5 o 6 jugadores en el extranjero son $3 + 4 = 7$.

Las que representan el $\frac{7}{20} \cdot 100\% = 7 \cdot 5\% = 35\%$. III) es verdadera.

Por lo tanto, la alternativa correcta es C).

64. Un estudiante tuvo promedios semestrales 5,6 y 6,0 respectivamente. La nota final se obtiene ponderando la nota anual un 70% y el examen un 30%. Para que la nota final fuera un 5,5 la nota de examen debiera ser:
- A) 4,5
 - B) 4,6
 - C) 4,8
 - D) 5,5
 - E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

La nota final, antes de aproximar a 5,5 debe estar entre] 5,45; 5,54[.

Si llamamos x a la nota del examen, tendremos entonces, para los valores extremos del intervalo que:

$$5,8 \cdot 0,7 + 0,3x = 5,45$$

$$4,06 + 0,3x = 5,45 \Rightarrow 0,3x = 5,45 - 4,06$$

$$0,3x = 1,39$$

$$x = \frac{1,39}{0,3} = 4,6\bar{3}$$

Además, para el otro valor extremo del intervalo, esto es, para 5,54, tenemos:

$$5,8 \cdot 0,7 + 0,3x = 5,54$$

$$4,06 + 0,3x = 5,54 \Rightarrow 0,3x = 5,54 - 4,06$$

$$0,3x = 1,48$$

$$x = \frac{1,48}{0,3} = 4,9\bar{3}$$

Por lo tanto, la nota del examen debe pertenecer al intervalo] 4,63; 4,93[

Sólo la alternativa C) tiene una nota en tal intervalo.

65. Un estudiante obtuvo como promedios semestrales 5,6 y 6,0 respectivamente. La nota final se calcula asignando al promedio de los dos semestres una ponderación del 70% y al examen de fin de año un 30%. Su promedio final fue 6,1 (aproximando la centésima). Es posible que la nota que obtuvo en el examen haya sido:
- A) 6,1
 - B) 5,6
 - C) 6,5
 - D) Cualquier nota entre 6,6 y 7.
 - E) Ninguna de los anteriores.

Solución:

El promedio de los dos semestres es un 5,8. Para obtener finalmente un 6,1 hay que considerar el intervalo de notas] 6,05; 6,14 [. Porque $6,05 \approx 6,1$ y $6,14 \approx 6,1$.

Así, sea x la nota del examen final, con una ponderación de $30\% \equiv 0,3$.

$$\bar{x} = 5,8 \cdot 0,7 + x \cdot 0,3 \quad (*)$$

- Cuando el promedio final en la igualdad anterior es $\bar{x} = 6,05$:

$$6,05 = 5,8 \cdot 0,7 + x \cdot 0,3$$

$$6,05 = 4,06 + 0,3x$$

$$1,99 = 0,3x$$

$$\frac{1,99}{0,3} = 6,6\bar{3} = x$$

- Cuando el promedio final es $\bar{x} = 6,14$ se obtiene, en (*):

$$6,14 = 5,8 \cdot 0,7 + x \cdot 0,3$$

$$6,14 = 4,06 + 0,3x$$

$$2,08 = 0,3x$$

$$\frac{2,08}{0,3} = 6,9\bar{3} = x$$

Luego, la nota del examen es cualquiera entre]6,63, 6,93]. Estas son, 6,7; 6,8 y 6,9.

La opción correcta es D), pues las notas están en tal intervalo.

El ejercicio original considera para D) cualquier nota entre 6,7 y 7. Lo cuál, al resolver, notamos como detalle que no es correcta la aproximación para el menor de tales valores.

IV.2. Ejercicios de Moda

66. El gráfico nos muestra el puntaje obtenido por 60 personas en un prueba que tiene escala de 1 a 100. Entonces, la moda es:

- A) 10
- B) 12
- C) 30
- D) 55
- E) 60



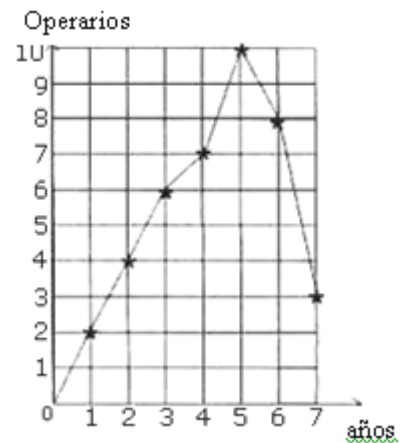
Solución

La moda queda representada por el dato que tiene la mayor frecuencia. La frecuencia mayor es 12 y corresponde al dato 30. Por lo tanto la moda es 30.

La alternativa correcta es C).

67. El gráfico muestra los años trabajados por los 40 operarios de una fábrica. La moda respecto a la variable años es:

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 10.



Solución:

La moda es el año con mayor frecuencia. El gráfico muestra que la frecuencia más alta es 10 y la tiene la variable de 5 años. Por lo tanto la moda, en años es 5.

Alternativa B).

68. La tabla siguiente muestra la distribución de frecuencia de los anticipos de 45 operarios de una empresa. ¿Cuál es la moda en la muestra?

- A) 70 mil.
- B) 75 mil.
- C) 80 mil.
- D) 85 mil.
- E) 90 mil.

sueldo (miles de pesos)	<i>f</i>
70 - 80	16
80 - 90	14
90 - 100	10
100 - 110	5

Solución:

El intervalo con mayor frecuencia es el primero, cuyo mejor representante es su marca de clase, que se calcula como el promedio de los límites inferior y superior. Esto es,

$$\frac{70+80}{2} = 75 \text{ mil pesos.}$$

Alternativa B).

(En estricto rigor, la moda para datos agrupados en intervalos viene dada por:

$$Mo = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} c \quad \text{donde L es la clase o intervalo con mayor frecuencia.}$$

d_1 = frecuencia clase modal menos frecuencia de la clase anterior.

d_2 = frecuencia clase modal menos frecuencia de la clase siguiente.

c = diferencia entre los límites superiores o inferiores entre dos intervalos consecutivos.

Pero no se puede aplicar aquí, pues no hay una frecuencia anterior a la clase modal).

69. La tabla muestra los resultados de una prueba de Biología.

Puntaje	16 - 28	29 - 40	41 - 50	51 - 60	61 - 70	71 - 80
nº estudiantes	13	48	61	21	6	1

La marca de clase para el intervalo con la mayor frecuencia absoluta es;

- A) 41
- B) 50
- C) 61
- D) 61/150
- D) 45,5

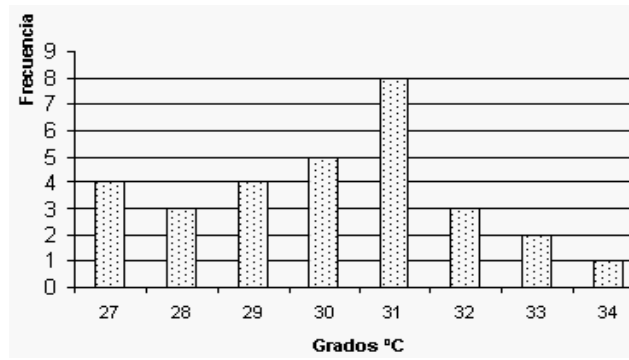
Solución:

El intervalo con mayor frecuencia es el tercero. La marca de clase es el promedio de los límites inferior y superior. Así, $x_c = \frac{41+50}{2} = 45,5$

Alternativa E).

70. El gráfico de barras muestra la frecuencia de temperaturas en una ciudad durante un mes. La frecuencia porcentual de la moda es:

- A) $26,\bar{6}$
- B) $0,2\bar{6}$
- C) $23,\bar{3}$
- D) $0,2\bar{3}$
- E) $13,\bar{3}$



Solución:

La frecuencia porcentual es igual al producto de la frecuencia relativa por 100%.

La mayor frecuencia la tiene la variable de 31°C. La frecuencia porcentual es:

$$\frac{\text{días favorables a } 31^{\circ}}{\text{total de días considerados}} \cdot 100\% = \frac{8}{30} \cdot 100 = \frac{8}{3} \cdot 10 = 26,\bar{6}$$

Alternativa A).

IV.2.2. **Ejercicios de Moda combinados con Media**

71. El personal de una pequeña empresa consiste de cuatro administrativos con un sueldo de \$260.000 cada uno y de un jefe administrativo con un sueldo de \$480.000. El sueldo promedio y la moda de los sueldos son respectivamente:

Promedio	Moda
A) \$ 564.000	\$ 80.000
B) \$ 260.000	\$ 340.000
C) \$ 304.000	\$ 260.000
D) \$ 480.000	\$ 260.000
E) \$ 304.000	\$ 480.000

Solución

Llamemos \bar{x} a la media de los sueldos del personal.

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 260.000 + 1 \cdot 480.000}{4 + 1} = \frac{1.040.000 + 480.000}{5} = \frac{1.520.000}{5} = \$ 304.000$$

Mientras que el sueldo que más se repite es \$260.000. Esa es la moda.

Alternativa C).

72. La tabla muestra los resultados obtenidos en una prueba de matemática aplicada a un curso. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) El promedio es aproximadamente 4,5.
 II) La moda es 10.
 III) La prueba fue aplicada a un total de 32 alumnos.

Nota	Frecuencia
1	0
2	3
3	4
4	5
5	8
6	2
7	10

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo III
 D) Sólo I y II
 E) Sólo II y III

Solución:

Para saber si la primera aseveración es verdadera, esto es, si acaso el promedio es aproximadamente es igual a 4,5; debemos calcular el promedio.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 10}{32} && \text{con } n = \sum_{i=1}^{i=7} f_i = 32 \\ &= \frac{6 + 12 + 20 + 40 + 12 + 70}{32} \\ &= \frac{160}{32} \\ &= 5 \end{aligned}$$

La primera aseveración es falsa.

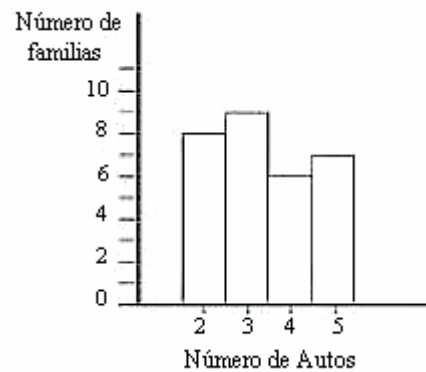
Veamos II). El valor que tiene la mayor frecuencia corresponde a la nota 7. Por tanto, ella es la moda y no la frecuencia que esta posea. La segunda aseveración es falsa.

La alternativa C es correcta. El número total de pruebas da el total de alumnos sobre los cuáles se aplicó. Esto es, 32.

Alternativa C).

73. El gráfico indica el número de automóviles por familias que cada una ha adquirido en los últimos diez años. Respecto de los resultados que muestra el gráfico de abajo se puede asegurar que:

- I) Las familias encuestadas fueron 30.
- II) La media aritmética del número de autos por familia fue 3,4.
- III) La moda del número de autos fue 9.



De estas afirmaciones, ¿cuál(es) es(son) verdadera(s)?

- A) Sólo I.
- B) Sólo II.
- C) Sólo III.
- D) Sólo I y II.
- E) Sólo I y III

Solución:

Aunque no es necesario tabular la información para hallar el número de familias encuestadas, si es necesario darse cuenta que se trata de un promedio ponderado.

Autos (x_i)	Familias (f_i)
2	8
3	9
4	6
5	7
Total de familias encuestadas	$n = 30$

La aseveración I) es Verdadera.

El promedio general del número de autos adquiridos por familia en los últimos 10 años lo encontramos usando el promedio ponderado:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7}{30} = \frac{16 + 27 + 24 + 35}{30} = \frac{102}{30} = 3,4$$

Es el promedio de autos comprado por cada familia en los últimos 10 años.

La aseveración II) es correcta.

La moda debe tomar un valor de la cantidad de autos, no de la cantidad de familias. El 9 indica el número de familias, la mayor frecuencia, pero pertenece a la variable "3 autos".

Por tanto, la moda es adquirir por familia 3 autos en los últimos 10 años. La aseveración III) es falsa.

Por lo tanto, sólo I) y II) son verdaderas.

Alternativa D).

IV.3.1. **Ejercicios de Mediana**

74. Las edades de los alumnos de un curso universitario aparecen en la tabla de distribución de frecuencias adjunta. ¿Cuál es la mediana?

- A) 6
- B) 8
- C) 20
- D) 21
- E) 22

Edades	f_i
18	2
19	10
20	8
21	6
22	14
23	2

Solución:

$$n = \sum f = 2 + 10 + 8 + 6 + 14 + 2 = 42$$

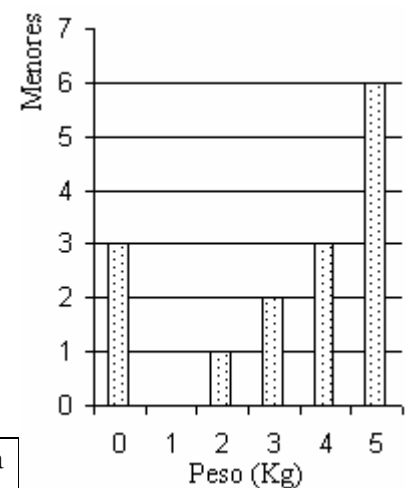
Como el número de datos es par, la mediana viene dada por el promedio de las edades que contengan a los datos centrales, esto es, al promedio de las edades que contengan al 21^{avo} y 22^{avo} dato.

Ahora bien, como ambos datos centrales están contenidos dentro de una misma clase, no es necesario aproximar distintas edades. Pues el 21^{avo} y 22^{avo} dato se hallan en la clase correspondiente a la edad de 21 años. Por lo tanto, esa es la mediana.

Alternativa D).

75. De acuerdo a la información entregada en el gráfico, el cual representa los años de estudio de menores en situación de abandono, ¿cuál es la mediana de la muestra?

- A) 5
- B) 4,5
- C) 4
- D) 3,5
- E) 3



Solución:

Aunque no es necesario, vamos a tabular la información.

Años de estudio (x_i)	Menores de edad (f_i)	frecuencia acumulada (F_i)
0	3	3
1	0	3 + 0 = 3
2	1	3 + 1 = 4
3	2	4 + 2 = 6
4	3	6 + 3 = 9
5	6	9 + 6 = 15
Total	15	

De un total de 15

datos que contiene la muestra, el dato central es el 8^{vo}, la clase que contenga a tal dato es la mediana.

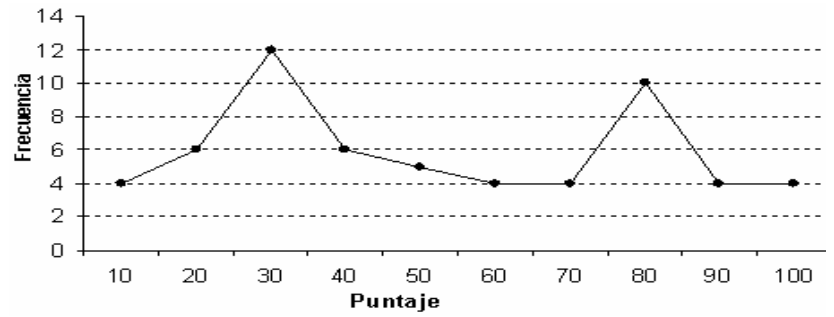
Al contar datos en la frecuencia acumulada, notamos que el 8^{vo} dato se ha de hallar en la clase $X_i = 4$ años, pues antes que tal clase había 6 datos y después de ella nos pasamos a 9 datos.

Por lo tanto, $X_i = 4$ años es la mediana buscada.

Alternativa C).

76. El gráfico nos muestra el puntaje obtenido por 60 personas en una prueba que tiene escala de 1 a 100 puntos. Entonces, la mediana es:

- A) 30
- B) 37,5
- C) 45
- D) 50
- E) 52,2



Solución:

Si son 60 personas tenemos número par de datos. La mediana en este caso viene dado por el promedio de los datos centrales 30° y 31°. Como ver del gráfico, de izquierda a derecha vemos que los datos están ordenados ascendentemente.

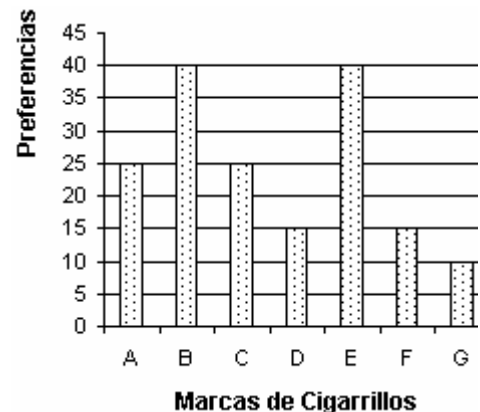
Al ir sumando las frecuencias de cada puntaje, el 30° y 31° avo dato se hallan sobre el puntaje 50. Luego, la mediana es tal valor.

Alternativa D).

IV.3.2. **Ejercicios de Medianas con otras medidas de tendencia central**

77. El gráfico de la figura representa una encuesta realizada a 170 fumadores por su preferencia entre 7 marcas de cigarrillos. De las afirmaciones establecidas, es(son) correcta(s):

- I) La moda es 40.
 - II) Las personas que más fuman son las que prefieren cigarrillos B o E.
 - III) La mediana es 25.
- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo III
 - D) Sólo II y III
 - E) Ninguna de las anteriores.



Solución:

Analicemos cada una de las alternativas.

- I) Las marcas B y E tienen mayor frecuencia, por tanto ambas marcas de cigarrillo son la moda. No sus frecuencias, por tanto I) es falsa.
- II) Es también falsa. Pues en ningún caso el estudio señala a quienes más fuman, sino que la marca de cigarrillos que más prefieren, de hecho puede que fumen menos, no se sabe.
- III) Es también falsa. Por último, la variable “marca de cigarrillos” no es una variable cuantitativa, por lo tanto no tiene mediana.

78. Haciendo un estudio acerca de las edades de un grupo de jóvenes, se construyó la siguiente tabla de distribución de frecuencias. De acuerdo a los datos proporcionados por la tabla, la mediana y la media aritmética son respectivamente:

- A) 23 y 18,4
- B) 23 y 19,4
- C) 24 y 19,0
- D) 24 y 19,3
- E) 24 y 23,3

Edades	f_i
20	5
22	4
24	6
23	3
28	2

Solución:

El total de jóvenes entrevistados viene dado por la suma de las frecuencias.

$$n = \sum f = 5 + 4 + 6 + 3 + 2 = 20$$

La mediana viene dada por el promedio de las clases que contengan los términos centrales del 10º y 11º dato ordenados.

Como los dos términos centrales se hallan en la tercera clase, que corresponden a la edad de 24 años. Dicho valor es la mediana.

La media de los datos agrupados es:

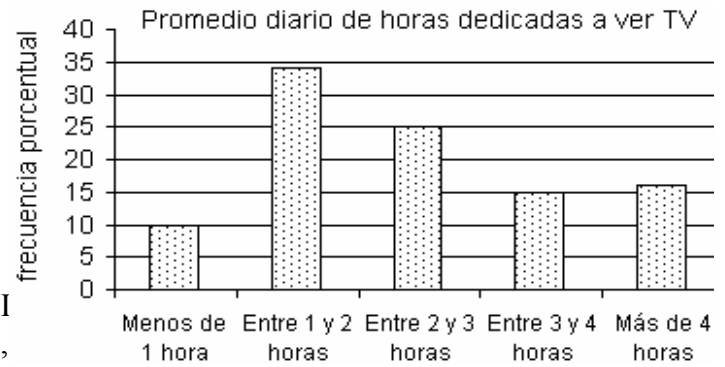
$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 5 + 22 \cdot 4 + 24 \cdot 6 + 26 \cdot 3 + 28 \cdot 2}{20} = \frac{100 + 88 + 144 + 78 + 56}{20} = \frac{466}{20} = 23,3$$

Alternativa E).

79. De acuerdo al siguiente gráfico, es posible afirmar que:

- I) El intervalo mediano del número de horas dedicadas a ver televisión es $[2,3[$.
 - II) El intervalo modal es $[1,2[$.
 - III) Si se selecciona al azar una persona de este grupo, la probabilidad de que vea televisión entre 2 y 4 horas es 0,4.
- A) Sólo I.
 B) Sólo II.
 C) Sólo I y II.
 D) Sólo II y III.

- E) I
 ,
 II y III.



Solución:

I) El intervalo mediano de horas dedicadas a ver televisión está en el intervalo que contiene el dato central.

Para ello, hay que hallar la mitad de los datos, esto es, el 50%. Elaborando una tabla para la frecuencia porcentual acumulada, se desprende del gráfico que:

Tiempo (hrs.)	frecuencia porcentual (h_i)	frecuencia porcentual acumulada (H_i)
Menos de 1 hora	10,0%	10,0%
Entre 1 y 2 horas	34,0%	10,0% + 34,0% = 44%
Entre 2 y 3 horas	25%	44% + 25% = 69%
Entre 3 y 4 horas	15%	Nos pasamos del 50%. No es necesario proseguir.
Más de 4 horas	16%	
Total	100%	El dato central, en el que se halla en la mitad, se encuentra en el intervalo $[2,3[$. (I) ES VERDADERA.

II) El intervalo modal es el que contiene la mayor frecuencia, lo que se observa también como la altura más alta de la barra dentro del gráfico. Y le corresponde al intervalo $[1,2[$. (II) ES VERDADERA.

III) La probabilidad de seleccionar una persona que vea televisión entre 2 y 4 horas se obtiene de la frecuencia porcentual de quienes ven entre 2 y 3 hrs. más quienes ven entre 3 y 4 hrs. Es decir, $25\% + 15\% = 40\% \equiv \frac{40}{100} = 0,4$.

(III) ES VERDADERA.

I), II) y III) son verdaderas.

Alternativa E).

IV.4. **Ejercicios con todas las medidas de tendencia central**

80. La tabla de la figura muestra las notas obtenidas por los alumnos de cierto curso en una prueba de Matemáticas. De acuerdo a la información entregada por la tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La mediana es menor que 5
- B) El promedio es 5
- C) El curso está formado por 44 alumnos
- D) La moda es 5
- E) Ninguna de las anteriores

Notas (x)	Alumnos (f)
2	2
3	5
4	8
5	14
6	13

Solución:

Analicemos cada una de las alternativas. Comencemos por la más fácil de verificar, que es la D). Por definición, la moda es la variable con mayor frecuencia y la tiene en este caso la nota 5. (Ya que 14 es su frecuencia).

Por lo tanto,

La alternativa D) es la verdadera.

81. Se tiene 50 números en una bolsa, conforme se muestra en la tabla: ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I. La moda es 12.
- II. La media aritmética es 12.
- III. La mediana es 10,5.

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

números	frecuencia
5	7
8	9
10	10
12	16
15	5
17	3

Solución:

- Analicemos aseveración I).

El número con mayor frecuencia es el 12, por tanto es la moda y la primera aseveración es verdadera.

- Analicemos aseveración II)

La media aritmética viene dada por:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{5 \cdot 7 + 8 \cdot 9 + 10 \cdot 10 + 12 \cdot 16 + 15 \cdot 7 + 17 \cdot 3}{50} \\ &= \frac{35 + 72 + 100 + 192 + 105 + 51}{50} \\ &= \frac{525}{50} \\ &= 10,5 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la aseveración II) es falsa.

- Analicemos aseveración III)

La mediana es el promedio del 25 y 26^{avos} datos. Como ambos datos se hayan en el mismo intervalo, el cual corresponde al número 10, entonces ese valor es la mediana.

Por lo tanto la aseveración III es falsa.

La alternativa correcta es A).

82. La tabla adjunta corresponde a las notas de física obtenidas en un curso. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) La moda es 6.
- II) El promedio es 5.
- III) La mediana es 5.

Notas	Frecuencia
1	1
2	4
3	5
4	6
5	9
6	12
7	8

- A) Sólo I.
- B) Sólo II.
- C) Sólo I y II.
- D) Sólo I y III.
- E) I, II y III.

Solución:

Veamos cada una de las afirmaciones.

- I. El valor de mayor frecuencia es 12, que corresponde a la nota 6.
- II. El promedio es ponderado, y viene dado

$$\text{por } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 12 + 7 \cdot 8}{1 + 4 + 5 + 6 + 9 + 12 + 8}$$

$$= \frac{1 + 8 + 15 + 24 + 45 + 72 + 56}{45} = \frac{221}{45} = 4, \dots < 5$$

- III. La suma de las frecuencias es 45, número impar, por lo tanto la mediana es el 25º valor, el que se halla en la clase de la nota 5.

Luego, sólo I y III son verdaderas, alternativa D).

83. Según la siguiente tabla de frecuencias, la afirmación correcta es:

- A) Mediana < media < moda.
- B) Media < mediana < moda.
- C) Media < moda < mediana.
- D) Moda < media < mediana
- E) Mediana < moda < media

x_i	1	2	3	4	5	6
f_i	2	3	1	6	5	8

Solución:

$$n = \sum f = 2 + 3 + 1 + 6 + 5 + 8 = 25$$

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 8}{25} = \frac{2 + 6 + 3 + 24 + 25 + 48}{25} = \frac{108}{25} = 4,32$$

La mediana es el valor de la variable que ocupa el dato central (13º dato): 5.

La moda es el valor que más se repite o de mayor frecuencia. $x_i = 6$.

El orden en las relaciones de estos parámetros estadísticos, para esta muestra es:
Media < mediana < moda

Alternativa B).

84. La tabla de la figura muestra las frecuencias (f) del número de hermanos que tienen los alumnos de un curso. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

I) El promedio(media) de hermanos en este curso es aproximadamente de 2,4 hermanos.

II) La moda es 4 hermanos.

III) La mediana es 2 hermanos.

A) Sólo I

B) Sólo II

C) Sólo III

D) Sólo I y II

E) I, II y III

Alumnos	f
1	2
2	4
3	3
4	5
5	2
6	2
7	1

Solución:

Analicemos cada una de las aseveraciones.

El promedio de hermanos viene dado por:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 1}{2 + 4 + 3 + 5 + 2 + 2 + 1} = \frac{2 + 8 + 9 + 20 + 10 + 12 + 7}{19} = \frac{68}{19} \approx 3,...$$

La aseveración I) es falsa, por lo tanto, la alternativa correcta está entre B) o C).

La mayor frecuencia (5) la tiene la variable de 4 hermanos. Por lo tanto, esa es la moda.

La aseveración II) es correcta.

Por lo tanto, la alternativa correcta es B).

Aunque no es necesario, podemos indicar que la mediana corresponde al décimo dato ordenado de manera ascendente y que se halla en la cuarta clase. La mediana es cuatro hermanos, por lo que III) es falsa.

Dos preuniversitarios online presentan la clave D) como correcta. Lo cuál, estimo, es un error.

85. La tabla adjunta corresponde a las notas de física obtenidas en un curso. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) La moda es 6.

II) El promedio es 5.

III) La mediana es 5.

A) Sólo I.

B) Sólo II.

C) Sólo I y II.

D) Sólo I y III.

E) I, II y III

Notas	Frecuencia
1	1
2	4
3	5
4	6
5	9
6	12
7	8

Solución:

Veamos cada una de las afirmaciones.

I. El valor de mayor frecuencia es 12, que corresponde a la nota 6.

II. El promedio es ponderado, y viene dado

$$\begin{aligned} \text{por } \bar{x} &= \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 12 + 7 \cdot 8}{1 + 4 + 5 + 6 + 9 + 12 + 8} \\ &= \frac{1 + 8 + 15 + 24 + 45 + 72 + 56}{45} = \frac{221}{45} = 4, \dots < 5 \end{aligned}$$

III. La suma de las frecuencias es 45, número impar, por lo tanto la mediana es el 25° valor, el que se halla en la clase de la nota 5.

Luego, sólo I y III son verdaderas, alternativa D).

V.

Medidas de Dispersión

V.1. Ejercicios de Desviación Media

86. Se desea calcular la desviación media del conjunto de valores $\{1, 5, 6, 8, 10, 12\}$, para lo cuál se elabora la tabla adjunta:

El valor que falta en uno de los casilleros es:

- A) 0
- B) -5
- C) 2,57
- D) 3
- E) -3

x	$ x - \bar{x} $
1	6
5	2
6	1
8	1
10	
12	5

Solución:

El valor falta en $|x - \bar{x}|$ con $x = 10$ y \bar{x} desconocida. Por lo tanto, hay que hallar

primero la media $\bar{x} = \frac{1+5+6+8+10+12}{6} = \frac{42}{6} = 7$

Luego, $|x - \bar{x}| = |10 - 7| = 3$

Alternativa D).

V.2. **Ejercicios de Desviación Típica**

87. Para calcular la desviación estándar del siguiente conjunto de datos {2, 4, 5, 6, 8, 11} se calcula la media aritmética de los valores dados, el cuál es 6 y enseguida se elabora una tabla como la que se muestra.

x	$(x - \bar{x})^2$
2	
4	4
5	1
6	0
8	4
11	25
totales	36

El número que falta en el casillero de la tabla es:

- A) 36
- B) 16
- C) 4
- D) -16
- E) Ninguna de las anteriores.

Solución:

El valor que falta en $(x - \bar{x})^2$ con $x = 2$ y $\bar{x} = 6$ es, al reemplazar:

$$(x - \bar{x})^2 = (2 - 6)^2 = (-4)^2 = 16$$

Alternativa B).

88. Para calcular la desviación estándar del conjunto de datos {4, 5, 7, 9, 14} usando la

expresión $\sigma = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2}$ se elabora la tabla:

x_i	x_i^2
4	16
5	25
7	49
9	81
14	96

Entonces σ es la raíz cuadrada de:

- A) $196 - 14$
- B) $73,4 - 7,8$
- C) $(73,4)^2 - 7,8$
- D) $(7,8)^2 - 73,4$
- E) $73,4 - (7,8)^2$

Solución:

La rayita sobre cada variable significa promedio de tal variable.

Así, para $\sigma = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2}$

$$\bar{x}^2 = \frac{16 + 25 + 49 + 81 + 196}{5} = \frac{367}{5} = 73,4 \quad \text{y} \quad \bar{x} = \frac{4 + 5 + 7 + 9 + 14}{5} = \frac{39}{5} = 7,8$$

Luego,

$$\sigma = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{73,4 - (7,8)^2}$$

Alternativa E).

VI. Ejercicios de Desviación con medidas de Tendencia Central

VI. Ejercicios de Desviación con medidas de Tendencia Central

89. La siguiente tabla muestra las temperaturas en Celsius del mes de septiembre de una ciudad del norte de Chile. Respecto de los datos de la tabla se puede afirmar que:

- I) Las modas de las temperaturas en dicho mes fue 18°.
- II) La mediana es igual a la moda.
- III) El recorrido de la variable temperatura fue de 20°

- A) Sólo I.
- B) Sólo II.
- C) Sólo III.
- D) Sólo I y II.
- E) Sólo I y III.

T°	f
14	1
15	1
16	2
17	5
18	8
19	7
20	6

Solución:

- I. El valor de la variable temperatura con mayor frecuencia es 18°. Por lo tanto, I) ES VERDADERO.
- II. Hay 30 datos de temperaturas (sumando las frecuencias). El dato central es la 15 ava temperatura, que se halla en la variable de 18°. II) ES VERDADERO.
- III. El recorrido o rango de la variable temperatura es:
 $t^\circ \text{ máxima} - t^\circ \text{ mínima} = 20^\circ - 14^\circ = 6^\circ$
 III) ES FALSA.
 Sólo I) y II).
 Alternativa D).

90. Se realiza un estudio sobre el número de días que los pacientes sufren mejoría de jaqueca crónica con un nuevo medicamento, presentando la tabla adjunta. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones relativas a los datos en la tabla es(son) verdadera(s)?

- I) La mediana tiene el mismo valor que la moda.
- II) El porcentaje de pacientes que sienten mejoría con el medicamento en todos los días del tratamiento es $55,5\bar{5}$.
- III) El rango o recorrido de la variable es 1.900.

- A) Sólo I.
- B) Sólo II.
- C) Sólo I y II.
- D) Sólo I y III.
- E) I, II y III.

Días (x_i)	Frecuencias (f_i)
0	100
1	250
2	300
3	500
4	450
5	2.000

Solución:

- I. Debemos contabilizar la cantidad de datos para luego ver cuál es el dato central. La variable que contenga a tal dato será la mediana.
 Así, $n^\circ = \sum f_i = 100 + 250 + 300 + 500 + 450 + 2.000 = 3.600$
 El número de datos es par y los datos centrales ocupan el 1.800 y 1.801 ^{avo} lugar, los cuáles pertenecen al valor de 5 días. Por lo tanto, tal valor es la mediana.
 El valor que más se repite es también 5 días, por lo tanto, es también la moda.
 I) ES VERDADERA.
- II. Sólo 2.000 de los 3.600 pacientes sienten mejoría los 5 días del tratamiento, los que representan el $\frac{2000}{3600} \cdot 100\% = \frac{20}{36} \cdot 100 = \frac{5}{9} \cdot 100 = 5 \cdot 11,1\bar{1} = 55,5\bar{5}\%$.
 II) ES VERDADERA.
- III. El rango o recorrido es: valor máximo - valor mínimo = 5 - 0 = 5
 III) ES FALSA.
 Sólo I) y II).
 Alternativa C).